

# Elektronik Hesap Makinesi Usullerinin Pratikteki Problemlere Tatbiki

Yazarlar :

Akın ECER (\*)  
M. O. KICIMAN (\*\*)

○

## Notasyon

$M_{ij}$  = "ij" elemanın "i" köşesindeki eğilme momenti

$K$  = Bir elemanın atalet momentinin uzunluğuna bölünmesi,  $K = 2EI/L$

$\Theta_{in}$  = "i" köşesinde "n" sapmasına tekabül eden dönme açısı (radyan cinsinden)

$R$  = Yatay deplasmanlardan dolayı, katlarda meydana gelen açısal hareket. ( $R = \frac{\Delta}{L}$ ,  
radyan cinsinden)

$C_{ij}$  = Düşey yüklerden dolayı her köşeye gelen momentler

$H_p$  = "P" katındaki kesme kuvveti

$L_p$  = "P" katındaki kolon yükseklikleri

Son senelerde memleketimizde bulunan Elektronik Hesap Makinelerinin (EHM) sayılarının süratle artmakta olduğu ve gittikçe daha mükemmel makinelere doğru gidildiği görülmektedir. Buna paralel olarak EHM'lerden azami istifadenin sağlanabilmesi için gerekli elemanların yetiştirilmesinde Orta Doğu Teknik Üniversitesi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Robert Kolej gibi öğretim merkezleri ön ayak olmakta ve yakın bir gelecekte tam mânasiyle ileri bir teknik seviyeye ulaşabileceğimizi müjdelemektedirler.

Bilindiği üzere EHM metodlarıyla hiç meşgul olmamış kimselerin bize bazı pratik usuller sayesinde ellerindeki problemleri bu makinelere gözdürtmeleri mümkün olmaktadır. Bu yazı serisinin gayesi de misaller vererek halen plân ve proje işlerinde bilfiil çalışmakta olanların günlük işlerinde EHM'den ne şekilde yararlanabileceklerine işaret etmektir.

## Kısım I — Çerçeve Hesapları

### a) Önsöz

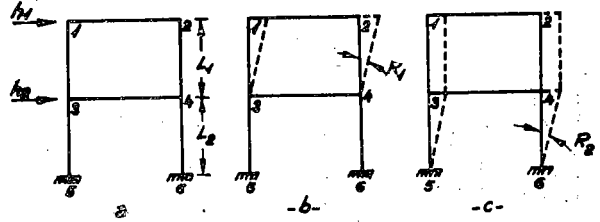
Günlük çalışmada en çok rastlanılan ve hesabı nisbeten kolay olan çerçeve problemini ele alacak olursak, bu problemin EHM'den istifadeye gayet müsait olduğunu görürüz. Aşağıda izah edilen süperpozisyon metodu ile hazırlanan bir program dokuz katlı bir binanın yatay ve düşey yükler altında meydana gelen momentlerini üç dakikalık bir zamanda vermektedir.

### b) Teori

Süperpozisyon metodu ilk olarak 1944 senesinde Profesör D. M. Wilson tarafından ortaya atılmış (Ref. 1) ve bir çok kolaylıklar getirdiğinden geniş kullanış sahası bulmuştur. Bununla beraber takribi bir

metod olmayıp "slope - deflection" metoduna dayanması bilinmeyen sayısının çok olduğu problemlerde kullanılmasını engelliyerek gelişmesini önlemiştir. Süperpozisyon metodunun esası, verilen bir çerçevenin alması mümkün olan deformasyon çeşitlerini teker teker ele almak ve meydana gelen momentleri sapma açısı cinsinden yazarak çözmektir.

Bu esaslara matris usulleri tatbik edildiği vakit meydana çıkan çözüm tarzının basitliğini göstermek için küçük bir misâl verelim.



Şekil: 1

$$M_{ij} = K (2 \Theta_i + \Theta_j - 3 R) + C_{ij} \quad (1)$$

$$\sum M_{ij} = 0 \text{ (Burada } j, \text{ sadece } i \text{ köşesine bağlı } j \text{ elemanlara aittir)} \quad (2a)$$

$$H_p \times L_p = \sum_p M_{ij} \quad (2b)$$

Yukardaki denklemler malûm deformasyon metodu denklemleri olup Şekil : 1 de gösterilen probleme tatbik edilecek olursa on adet denklemler elde edilmiş olur.

$$K_{12} (2\theta_{1,1} + \theta_{2,1}) + K_{13} (2\theta_{1,1} + \theta_{3,1}) - 3K_{12} R_1 = 0 \quad (3)$$

$$K_{13} (2\theta_{1,1} + \theta_{2,1}) + K_{24} (2\theta_{2,1} + \theta_{4,1}) - 3K_{24} R_1 = 0 \quad (4)$$

$$K_{13} (2\theta_{3,1} + \theta_{1,1}) + K_{34} (2\theta_{3,1} + \theta_{4,1}) + K_{35} (2\theta_{3,1}) - 3K_{13} R_1 = 0 \quad (5)$$

$$K_{24} (2\theta_{4,1} + \theta_{2,1}) + K_{34} (2\theta_{4,1} + \theta_{3,1}) + K_{46} (2\theta_{4,1}) - 3K_{24} R_1 = 0 \quad (6)$$

$$K_{12} (2\theta_{1,2} + \theta_{2,2}) + K_{13} (2\theta_{1,2} + \theta_{3,2}) = 0 \quad (7)$$

$$K_{12} (2\theta_{2,2} + \theta_{1,2}) + K_{24} (2\theta_{2,2} + \theta_{4,2}) = 0 \quad (8)$$

$$K_{12} (2\theta_{2,2} + \theta_{1,2}) + K_{34} (2\theta_{3,2} + \theta_{4,2}) + K_{35} (2\theta_{3,2}) - 3K_{35} R_2 = 0 \quad (9)$$

$$K_{24} (2\theta_{4,2} + \theta_{2,2}) + K_{34} (2\theta_{4,2} + \theta_{3,2}) + K_{46} (2\theta_{4,2}) - 3K_{46} R_2 = 0 \quad (10)$$

$$H_1 = K_{13} (3\theta_{1,1} + 3\theta_{1,2} + 3\theta_{3,1} + 3\theta_{3,2}) + K_{13} (3\theta_{2,1} + 3\theta_{2,2} + 3\theta_{4,1} + 3\theta_{4,2}) - (6K_{13} + 6K_{24}) R_1 \quad (11)$$

$$H_2 = K_{35} (3\theta_{3,1} + 3\theta_{3,2}) + K_{46} (3\theta_{4,1} + 3\theta_{4,2}) - (6K_{35} + 6K_{46}) R_2 \quad (12)$$

(\*) O. D. T. Ü. Yüksek Lisans

(\*\*) O. D. T. Ü. Öğretim Üyesi

Denklem (3-10) matris şeklinde yazılacak olursa,

$$\begin{bmatrix} 2(K_{12}+K_{13}) & K_{12} & K_{13} & 0 \\ K_{12} & 2(K_{12}+K_{24}) & 0 & K_{24} \\ K_{13} & 0 & 2(K_{13}+K_{35}) & K_{34} \\ 0 & K_{24} & K_{34} & 2(K_{24}+K_{34}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{1,1} & Q_{1,2} \\ Q_{2,1} & Q_{2,2} \\ Q_{3,1} & Q_{3,2} \\ Q_{4,1} & Q_{4,2} \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} K_{13} & 0 \\ K_{24} & 0 \\ K_{13} & K_{35} \\ K_{24} & K_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

elde edilir. Denklem 13 deki matrislere sırasıyla C,  $\Theta$  D, R adlarını verecek olursak

$$C \Theta = 3 D R \quad \text{denklemini elde ederiz.} \quad (14)$$

Aynı denklem

$$C \Theta = 3 D \quad \text{şeklinde de yazılabilir} \quad (15)$$

$$\text{ki burada } \Theta_{ip} = \Theta_{ip}/R_p \text{ dir.} \quad (16)$$

Denklem 11 ve 13 matris şeklinde yazılacak olursa

$$3 \begin{bmatrix} \frac{(Q_{1,1}+Q_{2,1}-2R_1)K_{13}}{R_1} \\ \frac{(Q_{2,1}+Q_{3,1}-2R_1)K_{24}}{R_1} \\ \frac{(Q_{3,1})K_{35}}{R_1} \\ \frac{(Q_{4,1})K_{34}}{R_1} \end{bmatrix} / R_1 = \begin{bmatrix} \frac{(Q_{1,2}+Q_{2,2})K_{13}}{R_2} \\ \frac{(Q_{2,2}+Q_{3,2})K_{24}}{R_2} \\ \frac{(Q_{3,2}-2R_2)K_{35}}{R_2} \\ \frac{(Q_{4,2}-2R_2)K_{34}}{R_2} \end{bmatrix} / R_2 \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

elde edilir.

Denklem 17 de ilk matrisle G dersek,

G matrisini  $\Theta$  cinsinden yazıp alt - matrislerine ayırabiliriz.

$$(-2) \begin{bmatrix} (K_{13}+K_{24}) & 0 \\ 0 & (K_{35}+K_{34}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{13} & K_{24} & K_{13} & K_{24} \\ 0 & 0 & K_{35} & K_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{1,1} & Q_{1,2} \\ Q_{2,1} & Q_{2,2} \\ Q_{3,1} & Q_{3,2} \\ Q_{4,1} & Q_{4,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Denklem 18 deki matrislere sırasıyla A, B ve  $\Theta$  matrisleri deyip B matrisinin elemanlarını D matrisi ile karşılaştıracak olursak :

$B = D^T$  şeklinde yazılabileceğini görürüz. Denklem 19'u 17 de yerine koyarsak

$$\left\{ -2A + D^T \Phi \right\} \left\{ R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} = \frac{1}{3} \left\{ H \right\} \quad (20)$$

Denklem 20 yi R için çözersek

$$R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \left\{ -2A + D^T \Phi \right\}^{-1} \left\{ H \right\} \quad (21)$$

$\Theta$  matrisinin değerini de denklem 15 den alırsak elde ederiz.

$$R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \left\{ \frac{-2}{3} A + D^T C^{-1} D \right\}^{-1} \left\{ H \right\} \quad \text{elde ederiz} \quad (22)$$

$R_p$  değerleri bir defa elde edildikten sonra  $\Theta = 3 C^{-1} D F$  denklemi ile  $\Theta$  i, p değerleri ve denklem 1 yolu ile de  $M_i, j$  p değerleri kolaylıkla bulunabilir. Tabiidir ki hakiki momentler  $\Sigma_p M_i, j, p$  ye eşittir.

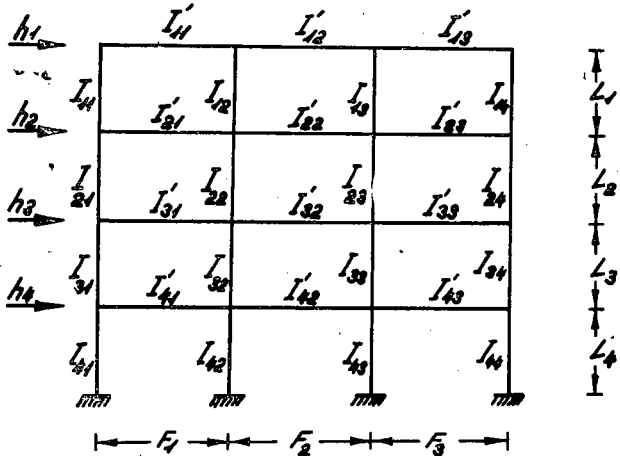
Dikkat edilecek olursa problemin çözümü için yapılacak işlemin A, C ve D matrislerinin kurulması ile C ve G matrislerinin ters çevrilmelerinden ibaret olduğu görülür.

Bunlardan A matrisi diagonal bir matris olup elemanları her kattaki toplam kolon atalet momentini temsil etmektedir. C matrisinin elemanları her köşeye gelen elemanların atalet momentleri D matrisinin elemanları ise her kattaki kolon atalet momentlerinden kurulmuştur. Düşey yüklerden gelen tesirler ise  $\Theta = 3 C^{-1} W$  denklemi vasıtası ile (23) bulunabilir. Burada W'nın elemanları düşey yüklerden dolayı her köşeye gelen momentlerdir.

$D^T \Theta = H'$  denklemi düşey yüklerden (24) doğan yatay yük tesirlerini vereceğinden denklem 22 de H yerine  $H - H'$  konulması ile bulunacak olan değerler düşey ve yatay yüklerin müştereken meydana getirdikleri değerler olacaktır.

### c) Otomatik çözüm için donelerin verilmesi

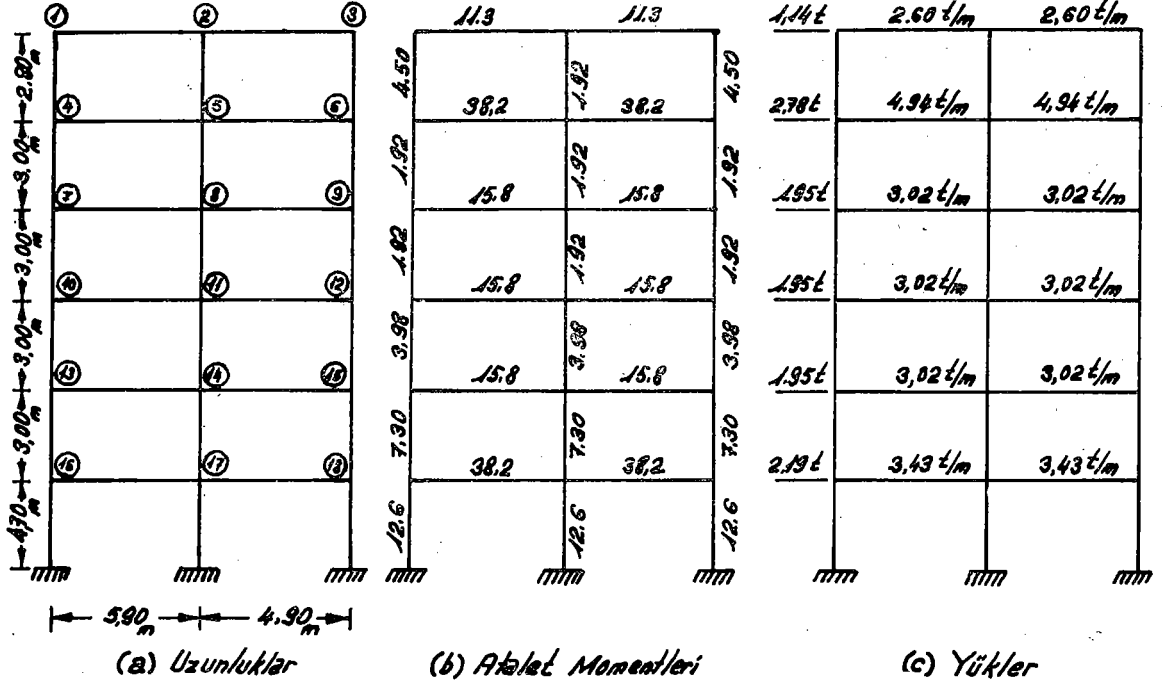
Şekil : 2 deki çerçeveye bir matris imiş gibi bakacak olursak. Matrisin boyutlarına m x n diyebiliriz. Burada m kat sayısını n ise açıklık sayısını göstermektedir.



Şekil: 2

Sırası ile, kolon atalet momentlerini gösteren  $I_{pj}$  değerleri, kolon yüksekliklerini gösteren  $L_p$  değerleri, kiriş atalet momentlerini gösteren  $I'_{pj}$  değerleri, kiriş açıklıklarının gösteren  $F_j$  değerleri,  $p_j$  kirişine gelen düşey eşit yayılı yükü gösteren  $Q_{pj}$  değerleri,  $i$  köşesine gelen (eğer varsa) konsantr momentleri gösteren  $Q_i$  değerleri ve nihayet yatay yükleri gösteren  $h_p$  değerleri okunur. Aşağıda ki pratik misâlde bu hususlar gösterilmiştir.

d) Misâl :



Sekil: 3

Şekil: 3 deki çerçeve verilen ebadlar ve yüklerle misâl olarak çözülmüştür. Verilen malûmat kartlara aşağıdaki tarzda geçirilir.

1. Kart : a) Köşe sayısı, b) kat sayısı, c) açıklık sayısı, d) yatay yük sayısı.
2. Kart : Köşe numaraları.
- 3., 4. ve 5. Kartlar : Numaraları takiben soldan sağa ve yukardan aşağıya olmak üzere kolon atalet momentleri.

6. Kart : Yukardan aşağıya kolon uzunlukları.
7. ve 8. Kartlar : Soldan sağa ve yukardan aşağıya kiriş atalet momentleri.
9. Kart : Soldan sağa açıklık mesafeleri.
10. ve 11. Kartlar : Soldan sağa ve yukardan aşağıya kirişlere gelen eşit yayılı yükler.
12. Kart : Yukarıdan aşağıya tophıyarak gitmek üzere her kattaki kesme kuvvetleri.

Kartlar Tablo 1 de gösterilmiştir.

TABLO 1

Çerçevenin Doneleri												Kart No.						
18			6				3			6		1						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	2
					1.92					4.5				1.92			1.92	3
					1.92					1.92				3.98			3.98	4
					7.30					7.30				12.6			12.6	5
					3.0					3.0				3.0			4.7	6
					11.3					11.0				38.2			15.8	7
					15.8					15.8				15.8			38.2	8
					5.9					4.9				3.02			3.02	10
					2.6					4.94				4.94			3.02	11
					3.02					3.02				3.02			4.43	12
					1.14					3.92				5.87			7.82	9.77
																		11 96

TABLO 2

	-4.40	+8.24	-7.77	+2.15
4.40		-0.47		-2.15
		-0.42		-2.06
3.89	-7.31	+15.63	-16.97	1.02
3.42		1.76		-1.04
		1.63		0.64
3.27	-7.64	+7.64	-12.24	-2.31
4.37		2.97		1.67
		2.81		1.60
4.10	-10.11	+6.03	-13.21	-3.35
6.01		4.27		1.75
		4.09		1.81
5.53	-12.37	+4.39	-13.89	-3.47
6.84		5.41		-1.66
		6.12		2.39
6.89	-16.53	+3.28	-18.97	-9.22
9.64		0.57		6.83
10.54		10.50		0.13
	mm	mm		mm

Şekil: 4

Cevapları makine, önce kolon momentleri, sonrada kiriş momentleri olarak verir. Birinci kartta üst kat kolonlarının üst momentleri, ikinci kartta üst kat kolonlarının alt momentleri, üçüncü kartta, beşinci kat kolonlarının üst momentleri... sırasıyla kolon momentleri aşağıda gösterilmiştir. Kiriş momentleri ise ilk kartta çatı kirişlerinin sol kenarlarındaki moment, ikinci kartta sağ kenarlarındaki moment, üçüncü kartta üst kat döşemesinin sol kenarlarındaki moment... şeklinde verilmiştir. Bulunan değerler Tablo 2 ve Şekil 4 de gösterilmiştir.

**Referanslar :**

1 — Analysis of Rigid Frames By Superpositior by David M. WILSON, Proceedings, ASCE, Feb 1944 pp 1489 - 1508.

**Kolon Momentleri**

4.400350	—	472975	—	2.148370
3.892670	—	421617	—	2.058170
X				
3.422400		1.757460		1.038640
3.271140		1.634800		.635286
X				
4.366930		2.966080		1.671010
4.101160		2.907140		1.597190
X				
6.007960		4.265000		1.749740
5.533500		4.093860		1.809590
X				
6.836730		5.413530		1.662400
6.885730		6.123460		2.387290
X				
9.641440		9.567020		6.833820
10.536800		10.499600		9.133060
X				

**Kiriş Momentleri**

—	4.400470	—	7.772990
	8.245990		2.148410
X			
—	7.315300	—	16.969500
	15.633800		1.019720
X			
—	7.638190	—	12.241300
	7.640390		2.306260
X			
—	10.109100	—	13.207000
	6.034980		3.347000
X			
—	12.370100	—	13.893400
	4.386300		3.471970
X			
—	16.527000	—	18.972800
	3.282680		9.221000
X			

## 10195'in Tadili Hakkında

**(Baştarafı 17. sayfada)**

dırde bugün ve gelecek için daima hazinenin lehine ve milletin refahına olacaktır. Yabancı memlekete göçetmiş bir mühendisin başarısı memleketimizin tanıtılmasına katkıda bulunur. Ancak milletimizin fukaralık-tan kurtulmasına hiçbir yardımı olmaz. Devletin memleketi düşündüğü

kadar özel teşebbüsün memleketi düşündüğü hiçbir yerde ve hiçbir zaman kabul edilmemiştir.

Sonuç olarak mühendis yevmiyelerinin arttırılması zamanı gelmiş ve geçmektedir. Politikacıların, kamu yatırımlarının

a) Pahalı olması,

b) Gecikmesi,

c) Kalitesiz olması

nedenlerini bu yatırımları yönetmekle sorumlu çeşitli kademedeki mühendislere sorduklarında (yeter sayıda ve kalitede mühendisiniz yoktur) cevabıyla karşılaşmamaları için 10195'in derhal değiştirilmesi herhalde en uygun yoldur.