

Panel Metodu ile Kapalı Çerçevelerin Analizi (*)

Çeviren :
Dinçer AKYALI
Yük. Müh.

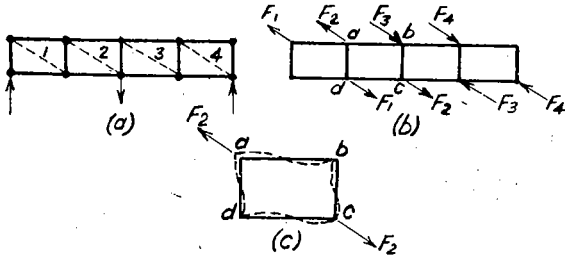
○

Metodun Tarihçesi :

1904 senesinde, Prof. L.F. Nicolai alt ve üst başlıkları birbirine paralel olan bir Vierendeel kirişi için alt ve üst başlık ile iki dikmeden meydana gelen bir dikkörtgen paneli bütün sistemin esas unsuru kabul ederek bu esas ünitenin sistemin diğer üniteleri ile olan mütemadiliğinin ihmal edilebileceğini göstermişti.

Daha sonra Prof. Nicolai'nin bir analizi paneller içinde diyagonalların da mevcudiyeti ve düğüm noktalarının (Şekil 1-a) da görüldüğü gibi «mafsallı» olduğu kabul edilerek tekrarlanmıştır.

Sonrada her düğüm noktasına diyagonallardaki gerilmeleri nötr duruma getirecek (sıfır yapacak) dış kuvvetler tatbik edilmiştir. (Şekil 1-b) Analizin son kademesi paneli (Şekil 1-c) deki abcd paneli gibi yukarıda zikredilen dış kuvvetlere maruz rijit bir çerçeve olarak mütalâa etmektir. Burada bu çerçevedeki momentlerin Vierendeel kirişlerindeki momentlere eşit olduğu kabul edilmiştir. Fakat şurası aşikârki, böyle bir analiz paneller arasındaki mütemadilik ihmal edildiğinden sadece «yaklaşık» bir çözüm vermektedir.



Şekil : 1, abc.

Prof. Nicolai tarafından kullanılan bu metod, belli bir panelin düşey çubuklarının rijitliğinin, bütün sistem ile müşterek çalışmayı (mütemadiliği) karşılayacak şekilde gerekli mukavemetin temin edilmesi ile artırılabilceğini gösteren K. Calisev tarafından 1921 senesinde daha pratik bir şekle sokulmuş ve genişletilmiştir. Bu düzeltme hala neticeye giden bir seri şeklini almış ve böylelikle daha önce yaklaşık neticeler veren metod yerini, silsilevi yaklaşımlar yolu ile bizi gerçek çözüme götüren metoda terketmiştir. Calisev aynı zamanda bu çözüm tarzını eğik başlıklı Vierendeel kirişlerine de tatbik etmiştir. Fakat bu analizlerinde diyagonallardaki gerilmeleri sıfıra etmek gibi lüzumsuz bir nazariyeye dayanmıştır. Zira panele tesir eden kuvvetler bu nazariyenin istian ettiği fiktif diyagonalları mütalâa etmeksizin de tayin edilebilirler.

burada metod doğrudan doğruya panel üzerine tesir eden kuvvetler dikkate alınarak ve bulunan momentlerin paneller arasındaki mütemadilik göz önünde bulundurularak tashihi şeklinde gösterilmiş-

tir. Bu değişiklikle metod «moment dağıtma metodu» na (Cross metodu) benzemektedir. Fakat bu metodda düğüm noktalarından ziyade panelin tatbik edilen kuvvetler altındaki çalışma tarzı esas faktördür.

Paneller düğüm noktalarında hem rotasyona ve hem de translasyona aynı zamanda müsaade etmelerine rağmen «tashihi momentleri» ile kolayca çözüme gitmek mümkündür. Bu makalenin yazarı Vierendeel kirişleri için Panel metodunu ancak alt ve üst başlıkların hemen hemen aynı I/L değerlerine haiz olmaları halinde tavsiye eder. Bu takdirde I/L değerleri arasındaki fark % 15'i geçmemelidir.

Bir panele tesir eden kuvvetler :

Yan başlıkları ad ve bc ve aynı $K = I/L$ değeri. ni haiz olan Vierendeel tipindeki mütemadi çerçeveler sisteminin (Şekil 2 a) abcd gibi bir paneli 1-1 ve 2-2 kesitleri ile esas sistemden ayrılarak (Şekil 2-b) incelenebilir. Burada sisteme tesir eden kuvvetlerin tanıtılmasında ve sistemin analizinde aşağıdaki notasyonlar kullanılmıştır.

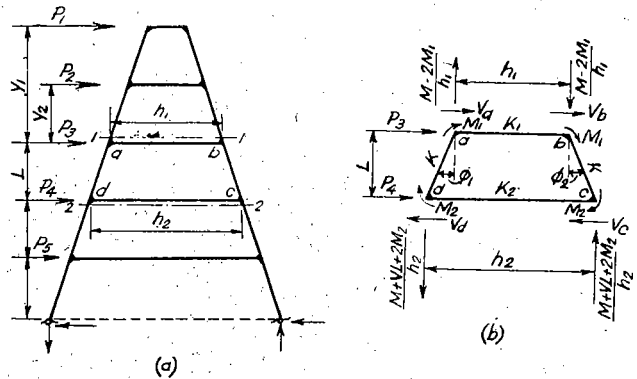
$M = 1-1$ kesitindeki eğilme momenti $P_1Y_1 + P_2Y_2$
 $V =$ abcd panelindeki kesme kuvveti $= P_1 + P_2 + P_3$
 $L =$ panel uzunluğu.

$K =$ ad ve bc çubukları için $\frac{1}{L}$ değeri

$K_1, K_2 =$ ab ve cd çubukları için $\frac{1}{L}$ değerleri.

$r = \frac{K}{K_1}, S = \frac{K}{K_2}, \alpha = \frac{h_2 - h_1}{h_1}$

$D = 6 + r + s + \alpha. (2\alpha + \alpha s + 2s + 6)$



(Şekil : 2, a,b)

(Bir panele tesir eden kuvvetler)

(*) Statically Indeterminate Structures

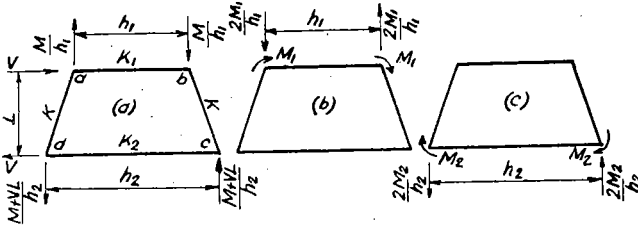
By. L. C. MAUGH

John Wiley And Sons Inc, New York

Chapman and Hall Limited, London

1956 - Pg. 111 - 124

Analiz maksatları ile, **abcd** paneline tesir eden moment ve hakiki kuvvetler 3 ayrı sisteme ayrılarak mütalâa edilebilirler. Bu 3 ayrı sistem (Şekil 3 a,b,c) de gösterilmiştir, ve dikkat edilirse bu sistemlerin süperpozisyonu ile elde edilecek sistem ilk orijinal sistemdir (Şekil 2-b).



(Şekil : 3)

(Panele tesir eden esas ve tali kuvvet sistemleri)

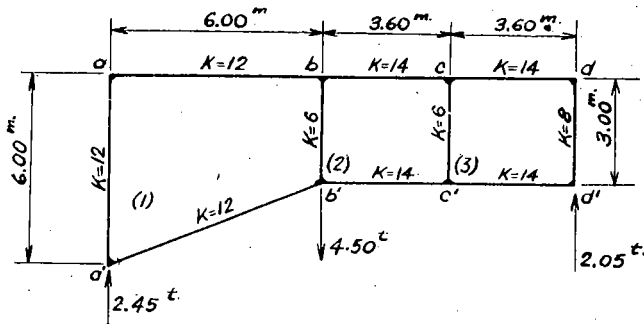
Ön Momentler :

Dış kuvvetler (Şekil 3, a) da gösterilmiştir. Bu kuvvetlerin meydana getirdiği momentler sistemin stabilitesi için elzemdir. Sistemin esas çalışması bu kuvvetler altında olduğundan buradan elde edilen momentlere «Ön momentler» diyoruz. Bu ön momentlerin değeri aşağıdaki eşitliklerle verilmiştir:

$$M'_{ad} = M'_{bc} = \frac{\alpha \cdot M - V \cdot L}{2D} [3 + S + \alpha \cdot (2 + S)]$$

$$M''_{da} = M'_{cb} = \frac{\alpha \cdot M - V \cdot L}{2D} \cdot (3 + r + \alpha) \quad (I)$$

Ön momentler için olan bu eşitlikler (Şekil 4, a) daki momentlerin klâsik deformasyon (Slope deflection) denklemleri ile çözülmesinden elde edilmiştir.



(Şekil : 4)

(Esas kuvvetlerin husule getirdiği dahili kuvvetler)

Yukarıdaki translyasyon diagramından (Şekil 4 b) bütün translyasyon hareketleri, (a) ve (b) düğüm noktalarının yatay kayma miktarı olan (Δ) cinsinden ifade edilebilir.

Bu eşitlikler aşağıda gösterilmiştir.

$$\frac{\Delta_{ad}}{\Delta_{bc}} = \frac{\Delta \cos \varnothing_1}{\Delta \cos \varnothing_2} = \frac{\Delta}{\Delta} R;$$

$$\frac{\Delta_{bc}}{\Delta_{ab}} = \frac{\Delta \cos \varnothing_2}{\Delta \tan \varnothing_1 + \tan \varnothing_2} = \frac{\Delta}{\Delta} R;$$

$$\frac{\Delta_{ad}}{\Delta_{bc}} = \frac{\Delta \cos \varnothing_1}{\Delta \cos \varnothing_2} = \frac{\Delta}{\Delta} R;$$

$$\frac{\Delta_{bc}}{\Delta_{ab}} = \frac{\Delta \cos \varnothing_2}{\Delta \tan \varnothing_1 + \tan \varnothing_2} = \frac{\Delta}{\Delta} R;$$

$\varnothing_1$ ve $\varnothing_2$ nin her değeri için $\Theta_a = \Theta_b$ ve $\Theta_d = \Theta_c$ olduğu gösterilebilir. Böylece klâsik deformasyon denklemleri uç momentler için aşağıdaki şekile alırlar :

$$M_{ab} = M_{ba} = 6 K_1 \cdot \Theta_a + 6 K_1 \cdot \alpha \cdot R$$

$$M_{ad} = M_{bc} = 4 K \cdot \Theta_a + 2 K \cdot \Theta_d - 6 \cdot K \cdot R$$

$$M_{da} = M_{cb} = 2 K \cdot \Theta_a + 4 K \cdot \Theta_d - 6 \cdot K \cdot R$$

$$M_{dc} = M_{cd} = 6 K_2 \cdot \Theta_d$$

Denge denklemleri ise şunlardır.

$$(a) M_{ab} + M_{ad} = 0$$

$$(b) M_{da} + M_{dc} = 0$$

Ayrıca $\overline{ad}$ ve $\overline{bc}$ çubuklarının dengesi mütalâa edilerek (Şekil 4 c) $\Sigma M = 0$ yazılırsa burada $M_{ad} + M_{da} + M_{bc} + M_{cb} - N \cdot (h_2 - h_1) + V \cdot L = 0$ elde edilir. $\overline{ab}$ çubuğunun dengesinden ise $\Sigma M_b = 0$ yazılarak :

$$N = \frac{M_{ab} + M_{ba} + M}{h_1} \text{ eşitliği bulunur.}$$

Buradan 3. denge olan : (c)

$$M_{ad} + M_{da} + M_{bc} + M_{cb} - (M_{ab} + M_{ba} + M) \cdot \left(\frac{h_2 - h_1}{h_1} \right) \pm L = 0$$

eşitliği elde edilir. Deformasyon denklemlerini yukarıda bulunan (a) (b) (c) denge denklemlerinde yerlerine koyar ve;

$$K_1 \cdot \frac{h_2 - h_1}{h_1} = r, \quad K_2 \cdot \frac{h_2 - h_1}{h_1} = s, \quad \frac{h_2 - h_1}{h_1} = \alpha \text{ ile gösterilir}$$

aşağıdaki şu eşitlikler elde edilir :

$$(a') (2r + 3) \cdot \Theta_a + r \cdot \Theta_d - 3 (r - \alpha) \cdot R = 0$$

$$(b') S \cdot \Theta_a + (2S + 3) \cdot \Theta_d - 3 \cdot S \cdot R = 0$$

$$(c') (r - \alpha) \cdot \Theta_a + r \cdot \Theta_d - (2r + \alpha^2) \cdot R = \frac{\alpha \cdot M - V \cdot L}{12}$$

Yukarıdaki a', b', c' denklemlerinin çözümü : aşağıdaki şu değerler bulunur :

$$\Theta_a = \frac{\alpha \cdot M - V \cdot L}{12 K_1} \left[\frac{-r \cdot S - 3r + 2\alpha S + \alpha}{r \cdot D} \right]$$

$$\Theta_d = \frac{\alpha \cdot M - V \cdot L}{12 K_1} \left[\frac{-r \cdot S - 3S - \alpha \cdot S}{r \cdot D} \right] \quad ($$

$$= \frac{\alpha M - V.L.}{12 K_1} \left[\frac{-r.S - 2r - 2S - 3}{r.D} \right]$$

Burada $D = 6+r+s+\alpha$. ($2\alpha + \alpha S + 2S + 6$)

Yukarıda bulunan Θ_a , Θ_d ve R değerleri «kla-
s deformasyon» denklemlerinde yerlerine konursa
) nolu denklemlerle verilen «ön moment» değeri
elde edilir.

(1) Nolu eşitlikler vasıtasıyla ön momentler
(1) her panel için kolayca hesaplanır ve verilen
stem üzerine kaydedilir. Harici momentler (M) ve
L. değerleri saat ibresi yönünde iseler pozitif mü-
lâa edilirler. (ad) ve (bc) çubuklarındaki (M')
dahili momentleri de saat ibresi yönünde iseler po-
zitif mülâa edilirler. α değeri ise pozitif veya ne-
gatif olabilir.

Tashih Momentleri :

Şekil (3b) ve (c) de gösterilen kuvvetler siste-
i bitişik panellerdeki dahili momentlerin müte-
adilikten dolayı etüd edilen panelde husule getir-
gi tesirleri göstermektedir. M'' ve M''' moment-
ri yukarıda belirtilen bu 2 kuvvet sisteminden mey-
na geldiklerinden abcd panelinin stabilitesi için
zumlu değildirler. Bu sebepten bunlara «tashih
omentleri» diyoruz. Bu tashih momentleri aşağıda
eşitlikler yardımı ile kolayca hesaplanabilir: (Bu
denklemler (1) Nolu denklemler gibi elde edilirler.)

$$M''_{ad} = M''_{bc} = + \frac{r}{D} \cdot M_1 \quad (3 a)$$

$$M''_{da} = M''_{cb} = + \frac{r(1+\alpha)}{D} \cdot M_1 \quad (3 b)$$

$$M'''_{ad} = M'''_{bc} = - \frac{S(1+\alpha)}{D} \cdot M_2 \quad (4 a)$$

$$M'''_{da} = M'''_{cb} = + \frac{S(1+\alpha)^2}{D} \cdot M_2 \quad (4 b)$$

Burada düzeltme faktörleri olan $\left(\frac{r}{D}; \frac{r(1+\alpha)}{D}\right)$

$\frac{S(1+\alpha)^2}{D}$ değerleri her panel için hesaplanır ve

erilen sistemin bir şeması üzerine yazılır. Komşu
anellerdeki (M') esas momentleri M_1 ve M_2 nin ilk
aklaşık değerlerinin bulunmasında kullanılabilir.
bundan sonra düzeltmeler düzeltme faktörleri yar-
dımı ile hesaplanabilir. Bütün, bu hesaplamalar için
ygun bir iş sırası aşağıda gösterilmiştir.

$$a) \text{ Her panel için } r, s, \alpha, D, \frac{r}{D}, \frac{r(1+\alpha)}{D}, \frac{s(1+\alpha)}{D},$$

ve $\frac{s(1+\alpha)^2}{D}$ değerlerini hesaplayınız.

b) (1) Nolu denklemler vasıtasıyla «ön moment-
leri» bulunuz ve çerçevenin şeması üzerinde yerleri-
ne kaydediniz.

c) Bulunan «düzeltme faktörleri» ni kullanarak
(3) ve (4) numaralı denklemler vasıtasıyla gerekli
düzeltmeleri yapınız.

d) Tashih momentinin işaretini bu tali momenti
husule getiren momentin işaretine bakarak tâyin
ediniz. Bu husustaki kaide şudur: Panelin uzak ucun-
daki tashih momentleri tatbik edilen moment ile
aynı işaretlidir. Komşu tashih momentleri ise tatbik
edilen moment ile ters işaretlidirler.

Misâl (1) :

Bu misâlde (Şekil : 5) de görülen kapalı çerçe-
vedeki momentlerin «panel metodu» ile tâyini isten-
sin.

Bütün boyutlar, kuvvetler ve her çubuk için $K =$
 $\frac{I}{L}$ değerleri şekil üzerinde verilmiştir.

Çözüme daha önce izah edilen işlem sırasına gö-
re her panel için katsayı ve faktörleri tâyin etmekle
başlayalım :

1. Panel :

$$r = \frac{K}{K_1} = \frac{12}{12} = 1.00$$

$$s = \frac{K}{K_2} = \frac{12}{6} = 2.00$$

$$\alpha = \frac{h_2 - h_1}{h_1} = \frac{3-6}{6} = -0.5$$

$$D = 6+r+s+\alpha(2\alpha + \alpha s + 2S + 6)$$

$$= 6+1. + 2. + (-0.5). (-0.5 \times 2 - 0.5 \times 2 + 2 \times 2 + 6) = 5$$

$$D = 5.00$$

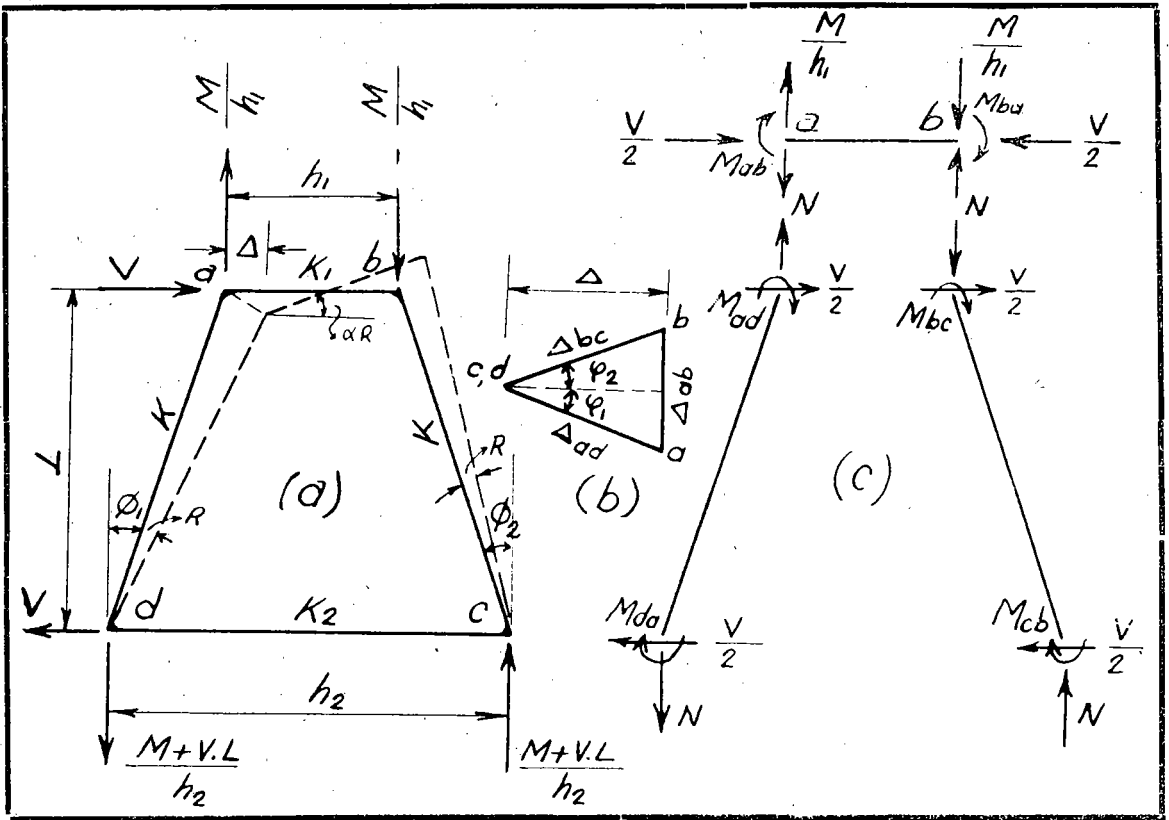
$$V = 2.45 \text{ ton}$$

$$M = 0$$

2. Panel :

$$r = \frac{K}{K_1} = \frac{14}{6} = 2.33$$

$$s = \frac{K}{K_2} = \frac{14}{6} = 2.33$$



(Şekil : 5)

$$\alpha = \frac{h_2 - h_1}{h_2} = 0$$

$$D = 6 + r + s + \alpha \cdot (2 \cdot \alpha + \alpha \cdot s + 2 \cdot s + 6) = 6 + 2.33 + 2.33 + 0 = 10.66$$

$$D = 10.66$$

$$V = -2.05 \text{ ton}$$

3. Panel :

$$r = \frac{K}{K_1} = \frac{14}{6} = 2.33$$

$$s = \frac{K}{K_2} = \frac{14}{8} = 1.75$$

$$\alpha = \frac{h_2 - h_1}{h_1} = 0$$

$$D = 6 + r + s + \alpha \cdot (2 \cdot \alpha + \alpha \cdot s + 2 \cdot s + 6) = 6 + 2.33 + 1.75 + 0 = 10.08$$

$$D = 10.08$$

$$V = 2.05 \text{ ton}$$

1. Panel :

$$M'_{ab} = \frac{\alpha \cdot M - V \cdot L}{2 \cdot D} \cdot [3 + s + \alpha \cdot (2 + S)]$$

$$= \frac{-0.5 \cdot (0) - 2.45 \times 6.00}{2 \times 5} [3 + 2 + (-0.5) \cdot (2 + 2)]$$

$$= -4.41 \text{ tm}$$

$$M'_{ba} = \frac{\alpha \cdot M - V \cdot L}{2 \cdot D} \cdot (3 + r + \alpha) = \frac{-0.5 \cdot (0) - 2.45 + 6}{2 \times 5} (3 + 1 - 0.5)$$

$$= -5.14 \text{ tm}$$

$$M'_{ba} = -5.14 \text{ tm}$$

$$M = 0 \quad V = 2.45 \text{ ton} \quad h_1 = 6 \text{ m} \quad h_2 = 3 \text{ m}$$

2. Panel :

$$r = 2.33 \quad \alpha = 0 \quad V = -2.05 \text{ ton} \quad D = 10.66$$

$$M'_{bc} = \frac{-(-2.05) \times 3.60}{2 \times 10.66} (3 + 2.33) = 1.85 \text{ tr}$$

$$M'_{bc} = + 1.85 \text{ tm (her iki uçta.)}$$

Ön momentlerin hesabı : (1 numaralı denklem lerle)

Not : Bu yazının devamı ve 2. kısmı önümüzde l sayıda yer alacaktır.