

Dişli Merdivenlerin Hesabı (*)

Yazan :
Ergin ÇİTİPİTİOĞLU
İnş. Yük. Müh.

○

B u makalede, sahanlıklar, iki mesnedi ankastre dişli merdivenin enerji metoduyla genel çözümünü yapılmış, açıklık ve ankastrelik momentlerinin kolayca hesaplanmasını temin eden bir tablo verilmiştir. Ayrıca simetrik uç dönmeleri halinde merdiven rijitliği hesaplanmış, bundan faydalanılarak iki ucu eşit boyda sahanlıklı merdivenin, sahanlık ön kirişi bulunması ve bulunmaması halleri için mesnet ve açıklık momentlerini veren formüller çıkarılmıştır.

Betonarme bina inşaatında dişli merdivenlerin sık sık kullanıldığı görülmektedir. Bunların bir duvar veya kenar kirişine konsol oldukları veya iki mesnetli olarak teşkil edildikleri haller vardır. Birinci halde, bir basamağın yarım tablalı konsol kiriş olarak hesap ve teşkili mümkündür. Normal durumlarda bu hal için fazla bir teçhizat da gerekmez. Makalede ikinci hal (iki mesnetli dişli merdivenler) üzerinde durulmuştur. Bu tip merdivenler, eğik plâk üzerine sonradan yerleştirilen basamaklı tipe nazaran, ölü yükünün az olması bakımından üstündür. Ayrıca zarif görünüşü dolayısıyla, işçiliğinin zor olmasına rağmen tercih edilmektedir.

I — KABULLER

- 1,1 — Her basamağa gelen yükün, münferit yük olarak basamak kenarında toplandığı kabul edilmiştir.
- 1,2 — Merdivenin hareketli ve ölü yüklerle birlikte, tamamen yüklü olduğu kabul edilmiştir.
- 1,3 — Merdiveni teşkil eden plâklarda boy kısalması ihmal edilmiş, yani birinci merteye hesabı yapılmıştır. (Bu çeşit bütün betonarme yapıların hesabında yapılan bir kabuldür.)
- 1,4 — Hakiki ve fiktif düğüm noktalarında, düğüm noktasını saat akrebi yönünde çeviren momentler (+) aksi yönde çevirenler (—) işaretli kabul edilmiştir. Altta cer yapan açıklık momenti (+) işaretlidir.

II — NOTASYONLAR

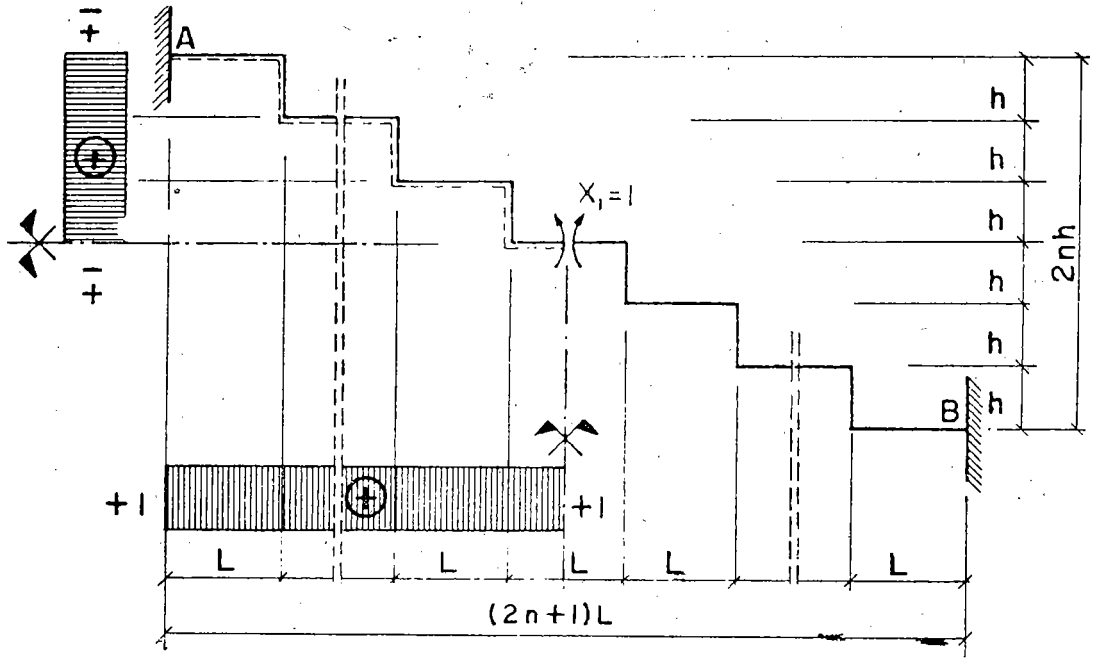
- L** : Bir basamağın genişliği
h : Bir basamağın yüksekliği
P : Basamak rıht'ında toplanmış kabul edilen, bir basamak yükü
a : Bir merdivende, basamakların yatay kı-sımlarının adedi

- I_L** : Yatay basamak kısmının düşey kesitinin (rıhta paralel) atalet momenti
I_h : Düşey basamak kısmının (rıhtın) yatay kesitinin atalet momenti $k = h, I_L/L.L_h$
A,B,C,D : Tablo 1 den alınacak, a ya bağlı katsayılar
X_{oAB} = X_A : Sahanlıksız AB merdivenin A daki ankastrelik momenti
M : Sahanlıksız uçları ankastre AB merdivenin açıklık momenti
X_{oAA₁} : AA₁ sahanlığının, A daki ankastrelik momenti
X_{oA₁A} : AA₁ sahanlığının, A₁ daki ankastrelik momenti
K_{AB} : AB merdiven kısmının, uçlarının simetrik dönmesi halinde rijitliği
K_{AA₁} : AA₁ sahanlığının eğilme rijitliği
I_s : Sahanlık kesitinin atalet momenti
r_{AA₁} : AA₁ sahanlığının dağıtma sayısı
r_{AB} : AB merdiven kısmının dağıtma sayısı
X_{AB} : AB merdiven kısmının «Hal I» de A ucundaki nihai moment
X_{2AB} : AB merdiven kısmının «Hal II» de A ucundaki nihai moment
X_{A₁A} : A₁A sahanlığının A₁ ucundaki «Hal I» de nihai moment
X_{2A₁A} : A₁A sahanlığının A₁ ucundaki «Hal II» de nihai moment
M₁ : Merdivenin «Hal I» de açıklık momenti
M₂ : Merdivenin «Hal II» de açıklık momenti
R_A : «Hal I» de A mesnet reaksiyonu
R_{ΔA} : Δ düşey deplasmanı halinde A mesnedindeki reaksiyon
q : Üniform yayılı sahanlık yükü.

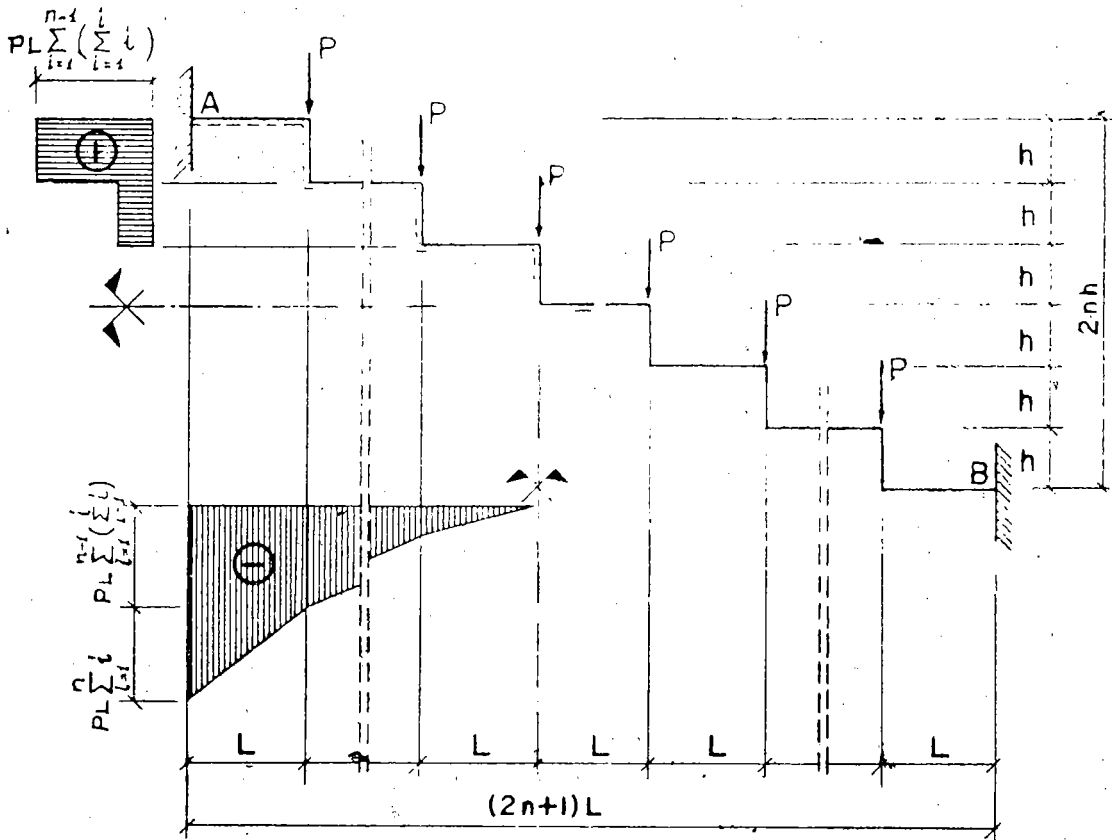
III — İKİ UCU ANKASTRE, SAHANSIZLIK, DIŞLI MERDİVENİN ÇÖZÜMÜ

Merdiven, açıklığının tam ortasından kesilirse; «M» eğilme momenti, «Q» kesme kuvveti ve «H» normal kuvveti, hiperstatik bilinmeyen olarak ortaya çıkar. Yüklerin simetrik, merdiven şeklinin antimetrik olması sebebiyle Q=0, H=0 dır. Problem «M» hiperstatik bilinmeyeninin çözümüne kalır.

(*) Basamakları yatay ve düşey plâklardan teşkil edilmiş merdivenler için «Dişli Merdiven» değimi kullanılmıştır.



Şekil : 1
X₁ = I için Moment Diyagramı



Şekil : 2
Dış Yüklere İçin Moment Diyagramı

Şekil 1 ve 2 tek sayıda yatay basamak kısımları olan $(a = 2n + 1)$ bir dişli merdivenin, izostatik referans sisteminde $X_1 = 1$ ve dış yükler halinde moment diyagramlarını göstermektedir. Bu diyagramlardan ve

çarpım tablolarından faydalanılarak $(a = 2n + 1)$ için elastikiyet denklemleri katsayıları ve nihai momentler aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\frac{d_{11}}{2} = \frac{1}{EI_L} \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) L + \frac{n \times h \times I_L}{I_h} \right] = \frac{L}{EI_L} \left[\left(\frac{2n+1}{2} \right) + \frac{h}{L} \times \frac{I_L}{I_h} \times n \right]$$

$$\frac{d_{11}}{2} = \frac{L}{EI_L} (A + kB) \quad \text{Burada} \quad A = \frac{2n+1}{2}, \quad B = n, \quad k = \frac{h}{L} \times \frac{I_L}{I_h} \quad (1)$$

$$-\frac{d_{10}}{2} = \frac{PL^2}{2EI_L} (1+2+3+\dots+n) + \frac{PL^2}{EI_L} \left[1+(1+2)+(1+2+3)+\dots+\sum_{i=1}^{(n-1)} i \right] + \frac{P.L.h}{EI_h} \left[1+(1+2)+(1+2+3)+\dots+\sum_{i=1}^{(n-1)} i \right]$$

$$-\frac{d_{10}}{2} = \frac{PL^2}{EI_L} \left[\frac{n(n+1)}{4} + (1+k) \frac{n(n+1)(n-1)}{6} \right] \quad -\frac{d_{10}}{2} = \frac{PL^2}{EI_L} [C + (1+k)D]$$

$$\text{Burada da } C = \frac{n(n+1)}{4} \text{ ve } D = \frac{n(n+1)(n-1)}{6}$$

$$\text{Netice olarak } \Delta = -\frac{d_{10}}{d_{11}} = P.L. \frac{C + (1+k)D}{A + kB} \quad (2)$$

Basit mesnetli halde

Açıklık momenti : $M_{0A} = 2 \frac{n(n+1)}{4} P.L$ dir.

$$X_A = -X_B = 2CPL - \Delta \quad \text{olar.} \quad (3)$$

Çift sayıda yatay merdiven kısımları bulunması $(a = 2n)$ halinde 2 ve 3 ifadeleri aynen kalmaktadır. Merdivende yapılan kesim rıht ortasına geldiğinden, kesim yapılan rıht üzerinde $P/2$ kuvvetini hesaba katmak gerekir. Bundan dolayı $(a = 2n)$ halinde 2 ve 3 ifadelerindeki A, B, C, D katsayıları aşağıdaki değerleri alır.

$$A = n, \quad B = (2n - 1)/2, \quad C = n^2/4, \quad D = n(n-1)/(n-2)/16 + n(n-1)/4$$

Tablo I de «a» ya bağlı olarak A, B, C, D hesaplanmış ve böylece ara işlem yapmağa lüzum kalmamıştır. Merdivenin tek veya çift basamaklı olması haline ait, momentlerin yer ve yönleri, ifadeleri Tablo I altındaki şekil ve ifadelerde gösterilmiştir.

IV — Simetrik uç dönmeleri halinde merdiven rijitliği ve sahanlıkları bir merdivenin hesabı :

— $\theta_A = \theta_B$ dönme hareketlerinden, merdiven ortasındaki d_{1w} dönmesinin 2 olduğu virtüel iş teoremi yardımıyla bulunur. $\theta_A = -\theta_B$ dönmesinden merdiven ortasındaki «X» momenti (Şekil : 3)

$$d_{11} \cdot X + d_{1w} = 0, \quad X = -d_{1w}/d_{11} = -E.I/L \quad (A + k.B)$$

bulunur. Buna göre simetrik uç dönmeleri halinde merdiven redörü

$$K_{AB} = K_{BA} = E.I/L (A + k.B) \quad (4)$$

HAL I — Sahanlık ön kirişli (A ve B noktalarından mesnetli) merdivenin hesabı : (Şekil : 4)

Elastisite modülü «E» hesaplarda rol oynamıyacağı için «I» alınır, rijitlikler ve «A» noktasındaki dağıtma sayıları için aşağıdaki ifadeler bulunur.

$$K_{AB} = \frac{I_L}{L(A + kB)} \quad (4) \quad K_{AA_1} = \frac{4I_L}{5} \quad (5)$$

$$r_{AA_1} = \frac{4I_L}{\frac{I_L}{L(A + kB)} + \frac{4I_L}{5}} = \frac{4}{4 + \frac{k}{A + kB}} \quad (6) \quad r_{AB} = 1 - r_{AA_1} \quad (7)$$

$$\text{Burada} \quad k_1 = \frac{I_L}{L} \cdot \frac{5}{I_h}, \quad k = \frac{h}{L} \cdot \frac{I_L}{I_h}$$

Simetrik deformasyon olduğundan «A» düğümünün moment dengelemesi yapıp, «A₁» nakledilirse, Hal I için aşağıdaki nihai moment ve reaksiyon ifadeleri bulunur.

$$X_{AB} = -X_{AA_1} = r_{AA_1} X_{0AB} - r_{AB} X_{0AA_1} \quad (8)$$

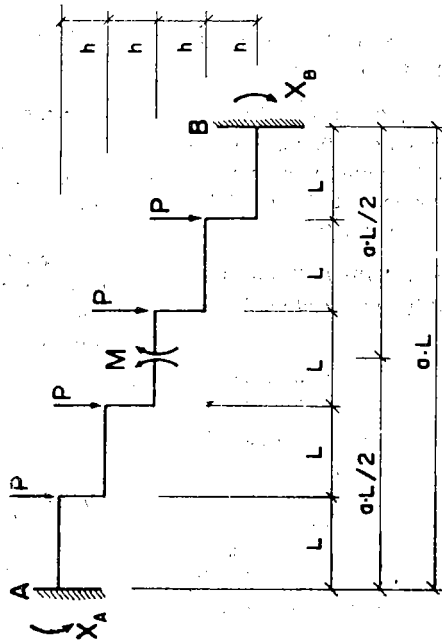
$$X_{AA_1} = X_{0AA_1} - \frac{r_{AA_1}}{2} (X_{0AB} + X_{0AA_1}) \quad (9)$$

$$M_A = M + (X_{0AB} + X_{0AA_1}) r_{AB} \quad (10)$$

$$R_A = A.P + \frac{q.s}{2} - \frac{X_{AA_1} + X_{AA_1}}{5} \quad (11)$$

TABLO 1.

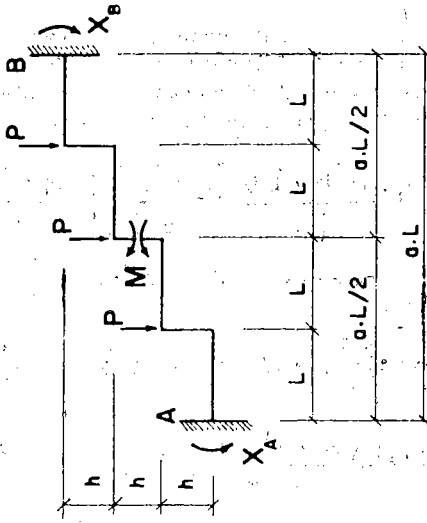
KATSA- YILAR		BAŞAMAK YATAY KISMININ ADEDİ = a																		
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A		1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00
B		0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50
C		0,25	0,50	1,00	1,50	2,25	3,00	4,00	5,00	6,25	7,50	9,00	10,50	12,25	14,00	16,00	18,00	20,25	22,50	25,00
D		0,00	0,00	0,50	1,00	2,50	4,00	7,00	10,00	15,00	20,00	27,50	35,00	45,50	56,00	70,00	84,00	102,00	120,00	142,50



$$k = \frac{h}{L} \times \frac{I_L}{I_h}$$

$$M = P \cdot L \cdot \frac{C + (1+k)D}{A + k \cdot B}$$

$$X_A = -X_B = 2C \cdot P \cdot L - M$$

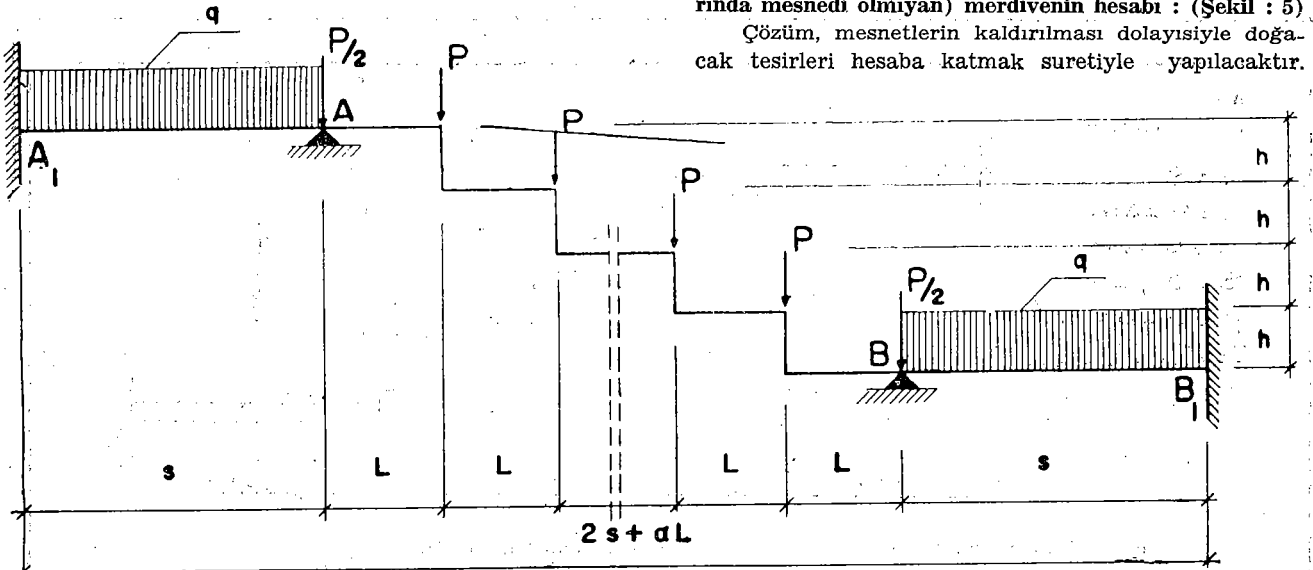


I_L : Basamak yatay kısmı, düşey kesitin atalet Momenti

I_h : Rıht yatay kesitinin atalet Momenti

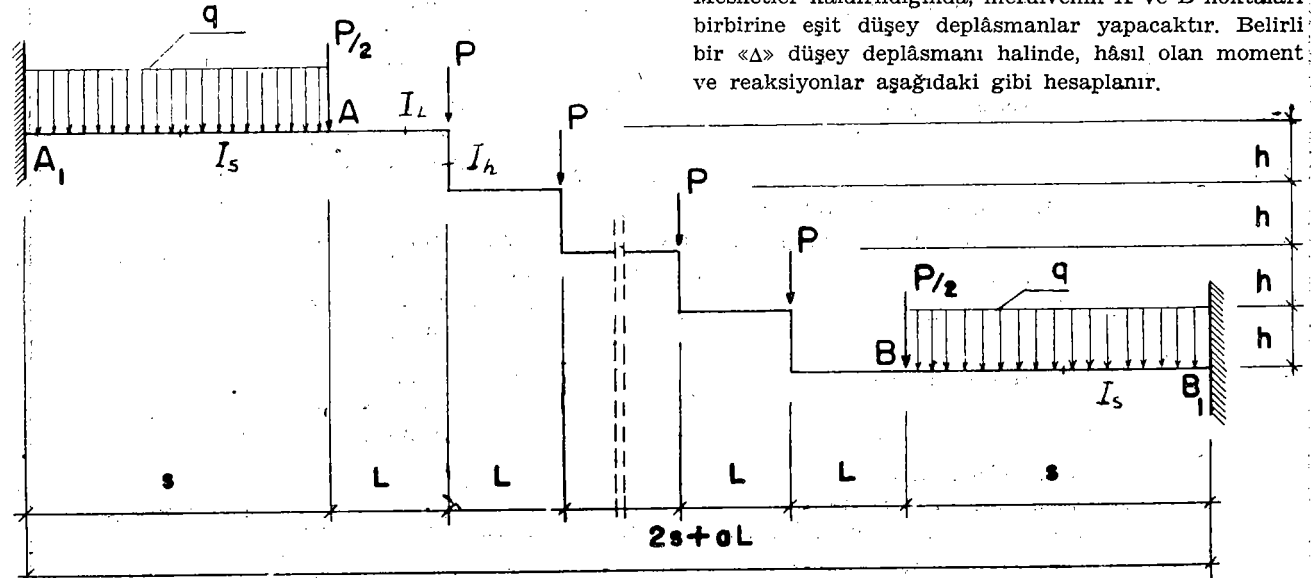
HAL II — Sahanlık ön kirişsiz (A ve B noktalarında mesnedli olmayan) merdivenin hesabı : (Şekil : 5)

Çözüm, mesnetlerin kaldırılması dolayısıyla doğacak tesirleri hesaba katmak suretiyle yapılacaktır.

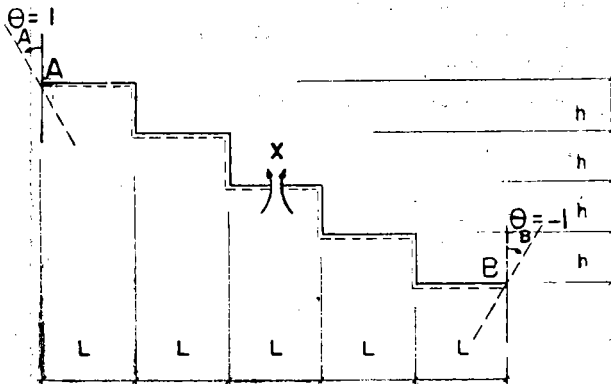


Şekil : 4 — A ve B noktalarında mesnetli eşit sahanlıklı merdiven

Mesnetler kaldırıldığında, merdivenin A ve B noktaları birbirine eşit düşey deplasmanlar yapacaktır. Belirli bir «Δ» düşey deplasmanı halinde, hâsıl olan moment ve reaksiyonlar aşağıdaki gibi hesaplanır.



Şekil : 5
Eşit sahanlıklı A ve B de mesnetli olmayan merdiven



Şekil : 3
Merdiven simetrik uç dönmeleri

$$\begin{aligned} X_{\Delta A, A} &= 1 - 0.5 r_{AA_1} \\ X_{\Delta A, B} &= -r_{AB} \\ R_{\Delta A} &= \frac{2s}{1+3r_{AB}} \end{aligned} \quad (12)$$

Hal 1 de hesaplanan R reaksiyonu, sıfır olacak şekilde yukarıdaki ifadeler, Hal I deki ile süperpoze edilirse, Hal II için nihai moment ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$X_{2A, A} = X_{0A, A} - \frac{r_{AA_1}}{2} (X_{0AB} + X_{0AA_1}) + \frac{R_{\Delta A}}{R_{\Delta A}} (1 - 0.5 r_{AA_1}) \quad (13)$$

$$X_{2A, B} = r_{AA_1} X_{0AB} - r_{AB} X_{0AA_1} - \frac{R_{\Delta A}}{R_{\Delta A}} r_{AB} \quad (14)$$

$$M_2 = M + (X_{0AB} + X_{0AA_1}) r_{AB} + \frac{R_{\Delta A}}{R_{\Delta A}} r_{AB} \quad (15)$$

Misâl :

A — Seçilenler

$$a = 9$$

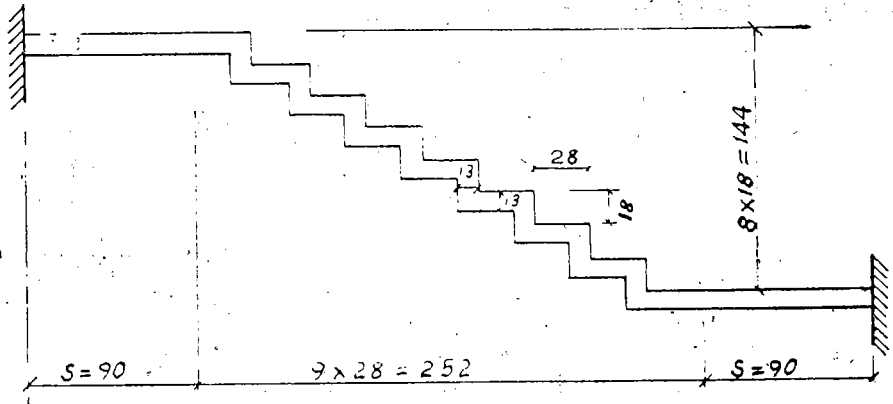
$$L = 0.28 \text{ m.}$$

$$h = 0.18 \text{ m.}$$

$$S = 0.90 \text{ m}$$

$$P = 0.40 \text{ t/m}^2$$

$$I_h = I_L = I_s \text{ alındı}$$



B — Yüklerin bulunması : (hesaplar 1 m genişlik için yapılmıştır.)

a) Sahanlık kısmı (q) yükü

$$\text{Sahanlık beton ağırlığı} \dots\dots\dots 0.13 \times 2.4 = 0.312 \text{ t/m}^2$$

$$\text{Sıva, kaplama} \dots\dots\dots = 0.150 \text{ »}$$

$$g = 0.462 \text{ »}$$

$$\text{Hareketli yük} \dots\dots\dots P = 0.400 \text{ »}$$

$$q = 0.862 \text{ t/m}^2$$

b) Basamakların (P) yükleri

$$\text{Basamak beton ağırlığı} 0.13 (0.28 + 0.13) \times 2.4 = 0.143$$

$$\text{Sıva, kaplama} \dots\dots\dots (0.28 + 0.13) \times 0.150 = 0.069$$

$$G = 0.212 \text{ t.}$$

$$\text{Hareketli yük} \dots\dots\dots 0.4 \times 0.28 = 0.112$$

$$P = 0.324 \text{ t.}$$

C — STATİK HESABI :

I — Sahanlıksız dişli merdiven :

Tablo (1) den a = 9 için A 4.50 B = 4.00 C = 5.00 D = 10.00 dur.

$$k = \frac{h}{L} \times \frac{I_L}{I_h} = \frac{0.18}{0.28} \times 1.0 = 0.643$$

$$M = P \cdot L \frac{C + (1+k) D}{A + kB} = 0.324 \times 0.28 \frac{5.00 + (1+0.643) 10.00}{4.50 + 0.643 \times 4.00} = 0.275 \text{ tm.}$$

$$X_A = - X_B = 2 \text{ CPL} - M = 2 \times 5.00 \times 0.324 \times 0.28 - 0.275 = 0.632 \text{ tm.}$$

II —) Hal 1 : Sahanlık ön kirişi bulunması hali (Şekil : 4)

$$k_1 = \frac{I_L}{L} \times \frac{s}{I_s} = \frac{0.90}{0.28} = 3.214$$

$$r_{AA_1} = \frac{4}{\frac{3.214}{450 + 0.643 \times 400}} = 0.898 \quad (6)$$

$$r_{AB} = 1 - 0.898 = 0.102 \quad (7)$$

$$X_{AB} = X_A = 0.632 \text{ tm.}$$

$$X_{AA_1} = -\frac{qs^2}{12} = -\frac{0.862 \times 0.90^2}{12} = -0.058 \text{ tm ve } X_{A_1A} = +0.058 \text{ tm}$$

$$X_{AB} = -X_{AA_1} = 0.898 \times 0.632 - 0.102 \times (-0.058) = 0.561 \text{ tm} \quad (8)$$

$$X_{A_1A} = 0.058 - \frac{0.898}{2} [0.632 + (-0.058)] = -0.200 \text{ tm} \quad (9)$$

$$M_1 = 0.275 + [0.632 + (-0.058)] \times 0.102 = 0.333 \text{ tm} \quad (10)$$

$$R_A = 4.50 \times 0.324 + \frac{0.862 \times 0.90}{2} - \frac{-0.561 + (-0.200)}{0.90} = 2.692 \text{ t} \quad (11)$$

III — Hal 2 : Sahanlık ön kirişi bulunmaması hali (Şekil : 5)

$$R_{\Delta A} = \frac{1 + 3 \times 0.102}{2 \times 0.90} = 0.725 \quad (12)$$

$$X_{A_1A} = 0.058 - \frac{0.898}{2} [0.632 + (-0.058)] + \frac{2.692}{0.726} (1 - 0.5 \times 0.898) = 1.843 \text{ tm} \quad (13)$$

$$X_{AB} = 0.898 \times 0.632 - 0.102 \times (-0.058) - \frac{2.692}{0.726} \times 0.102 = 0.195 \text{ tm} \quad (14)$$

$$M_2 = 0.275 + [0.632 + (-0.058)] \times 0.102 + \frac{2.692}{0.726} \times 0.102 = 0.711 \text{ tm} \quad (15)$$

İNŞAAT MÜHENDİSLERİ ODASI Binası İçin Yapılan Bağışlar

1 — Talât ARAL	100.— TL.
2 — Selâhattin GÜNSELİ	100.— TL.
3 — Celâl OLCAY	200.— TL.
4 — Kemal NOYAN	100.— TL.
5 — Kâmil SENER	100.— TL.
7 — Seyfi GÜRÇAY	200.— TL.
8 — Oktay ATASÜ	100.— TL.
9 — M. Ali TERİM	50.— TL.
10 — Mesut GÜN	100.— TL.
11 — Ziyaettin TAŞKENT	100.— TL.

Toplam : 1.250.— TL.

Sayın üyelerin yapacakları yardımları ZİRAAT BANKASI Ankara - Yenışehir Şubesinde açılan 13795 numaralı hesaba yatırmaları rica olunur.

VEFAT

Türkiye Mühendislik Haberleri dergisinin makineye verildiği sırada teessürle haber aldığınıza göre, Derneğimiz üyelerinden AHMET ÇINAR ile Fevzi Çağatayoğlu aramızdan ebediyen ayrılmışlardır.

Tanrıdan mağfiret diler kederli ailelerine taziyetlerimizi bildiririz.

Türkiye İnşaat Mühendisleri
Yardımlaşma Derneği

İller Bankasından

Yevmiyeli Personel Talimatnamesi hükümlerine göre Merkez ve Bölge Müdürlüklerimiz teşkilatında çalışmak üzere Elektrik ve İnşaat Mühendis ve Yüksek Mühendisleri alınacaktır.

İsteklilerin Bankamız Personel Müdürlüğüne müracaatları rica olunur. (BASIN A - 3642 79)