Bazı Muayyen Sınır Şartları Tahtında Sedde Veya Baraj Altındaki Sızmaların Tayini

Yazan :
Şahap AKSOY
Yük. Müh.

1 — Giriş :

İnşa olunan sedde ve barajların temelleri geçirimsiz tabakaya kadar indirmek umumiyetle imkânsızdır. Bir seddenin (göl çevreleme seddesi) veya bir barajın inşa edileceği sahalardaki jeolojik teşekkülât ekseriya; en altta geçirimsiz bir kil veya kaya tabakasını, bunun üstünde geçirimli bir alüvial tabakayı ve bunun üstünde de ince teressübatın hâsıl ettiği, geçirimliliği az olan bir tabakayı ihtiva edecek şekildedir.

İnşaatın ehemmiyetine göre, alttaki geçirimli tabakanın enjeksiyonla kısmen veya tamamen geçirimsiz hale getirilmesi mevzuubahis olabilir. Eğer sızmalar muayyen bir sınır dahilinde kalır ve yapının oturduğu temel zemininin özelliklerinde gayrımüsait bir durum hâsıl etmez ise bu sızmalara müsaade edilebilir.

Yukarıda kısaca tasvir edilen zemin şartları muvacehesinde ve yapı altında bir enjeksiyon perdesi bahis mevzuu olmaması halinde, yapı altındaki ve yapı civarındaki sızma miktarları ile yeraltı suyu akımına ait hareket ve potansiyel denklemleri incelenecektir.

2 — Bazı basitleştirmeler :

Bilhassa alüvial zeminlerde zeminin geçirimlilik katsayısı «k» (permeabilite) mahalden mahale değiştiği gibi, muayyen bir bölge dahilinde düşey ve yatay doğrultularda da farklıdır. Biz izotropik ve homojen bir «k» emsalinin bulunduğunu nazarı itibare alacağız.

Akımın Darcy (1856) Kanununun carî bulunduğu sınır içinde cereyan ettiği kabul edilmiştir. Darcy Kanunu, zemin gözenekleri arasındaki akımın «laminer akım» olması halinde kullanılabilir ve hız, potansiyel düşmesinin birinci kuvveti ile orantılıdır. v suyun hızı, d danelerin karakteristik çapı (umumiyetle dm olarak alınır) ve V suyun kinematik viskozitesi olduğuna göre Reynold sayısı :

$$Re = \frac{v.d}{V} \text{ dır.}$$

$Re<1$ için Darcy Kanunu kullanılabilir. $Re = 1 - 10$ için dikkatli olmalıdır.

$Re \geqslant 50 - 500$ için akım lâminerden türbülanslı hale geçer. Problemimizde $Re<1$ şartı mevcuttur.

Darcy Kanununa göre hız :

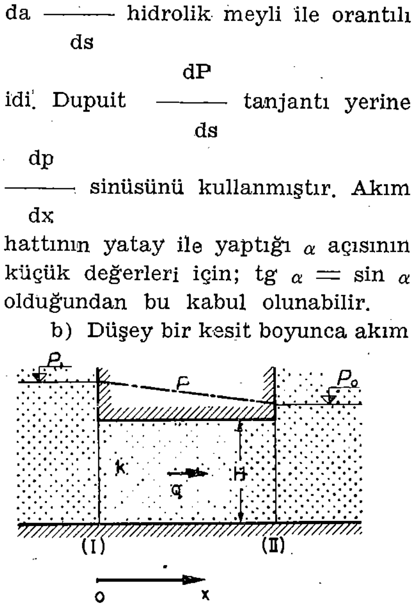
$$v = -k \frac{dP}{ds}$$

dir. Yukarda P potansiyeli ve s de akım hattı boyunca mesafeyi ifade etmektedir. Bu hal ile Darcy Kanununu kullanmak zordur. Akım ve potansiyel ağlarının daha önceden bilinmesi icabeder. Dupuit (1863) bazı kabuller yaparak Darcy Kanununu doğrudan doğruya kullanmayı imkân dahilinde kılmıştır.

Bu kabuller :

a) Akımın hızı Darcy Kanununda $\frac{dP}{ds}$ hidrolik meyli ile orantılı idi. Dupuit $\frac{dP}{ds}$ tanjantı yerine $\frac{dp}{dx}$ sinüsünü kullanmıştır. Akım hattının yatay ile yaptığı α açısının küçük değerleri için; $tg\ \alpha = \sin\ \alpha$ olduğundan bu kabul olunabilir.

b) Düşey bir kesit boyunca akım üniform ve istikameti yataydır.



Şekil : 1

Problemimizin incelenmesinde Darcy Kanunu Dupuit şartları tahtında kullanılmıştır.

3 — Hazırlayıcı problemler :

Ana problemin çözümünde kullanılmak üzere iki hazırlayıcı problem incelenecektir.

3.1 — Hazırlayıcı problem (I)

Şekil (1) de görülen sınır şartları tahtında (I) ve II kesitleri arasındaki akım incelenecektir. Taban geçirimsiz bir tabakadan teşekkül etmekte ve üstte kalan geçirimsiz bir kısım ile akım (I) ve (II) kesitleri arasında daraltılmaktadır. Şekil sathına dik istikamette kesit paralel olarak uzanmaktdır. 1 m lik birim derinlik için incelemeler yapılacaktır.

(I) kesitinde P_1 potansiyeli ve (II) kesitindeki P_0 potansiyelleri sabit kalmaktadırlar. (I) ve (II) kesitleri arasında potansiyel bir p fonksiyonuna tâbi olarak değişmektedir. I ve II kesitleri arasında bulunan ortamdaki bir noktada hız Darcy Kanununa göre;

$$v = -k.\frac{dP}{dx}$$

ve debi;

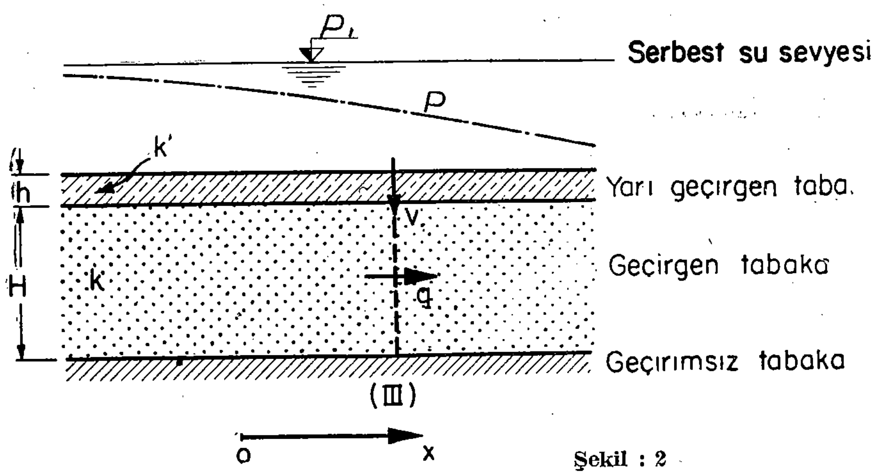
$$q = -kH.\frac{dP}{dx} \text{ dir.}$$

k.H ve q sabit olduğuna göre $\frac{dP}{dx}$ teriminin de sabit olması gerekmektedir. Bunun mânası; potansiyel fonksiyonunun sabit meyle sahip olduğu, yani bir doğrudan ibaret olduğudur.

(I) ve (II) kesitleri arasında dışardan bir debi ilâvesi veya eksilmesi mevzuubahis olmadığından;

$$\frac{dq}{dx} = O = -k.H.\frac{d^2P}{dx^2} \text{ dir.}$$

k.H değeri sıfır olmadığından,



Şekil : 2

$$\frac{d^2P}{dx^2} = O$$ olması icap eder. Buna göre hareketi karakterize eden iki denklem;

Hareket denklemi;

$$q = - kH \frac{dP}{dx}$$

Süreklilik denklemi;

$$\frac{d^2P}{dx^2} = O$$

elde edilmiş olur.

3.2 — Hazırlayıcı problem (II)

Şekil (2) de görülen sınır şartları mevcuttur. Altta geçirimsiz bir tabaka vardır. Sırasiyle bunun üstünde k (m/gün) geçirimlilik sabitesine, H (m) derinliğine ve P (m) potansiyeline sahip bir geçirgen tabaka bunun üstünde k' (m/gün) olan büyük rezistanslı bir tabaka (bu bakımdan yarı geçirgen tabaka olarak tâbir edilmiştir) h derinliği ile bulunmaktadır. Yarı geçirgen tabakanın üstünde ise P_1 sabit potansiyeline sahip serbest su seviyesi vardır.

(III) kesitinde geçirgen tabakadaki debi q olsun. Gene aynı kesitte yarı geçirgen tabakadan vâki (P ve P_1 potansiyelleri farkından dolayı) sızmanın hızı v (m/gün) olsun.

Geçirgen tabaka için Darcy Kanunu;

$$q = - kH \frac{dP}{dx}$$

denklemini verir.

(III) kesitinde dx boyunca yarı geçirgen tabaka içinden geçirgen tabakaya vâki sızma dx.v dir ve bu q debisindeki dq debi değişimine eşittir. Yani,

$$dq = v.dx \quad \text{veya}$$

$$\frac{dq}{dx} = v \quad \text{dir.} \qquad (6)$$

(5) denkleminin türevini alırsak;

$$\frac{dq}{dx} = - kH \frac{d^2P}{dx^2} = v \qquad (7)$$

Diğer taraftan yarı geçirgen tabaka için Darcy Kanunu tatbik edilerek;

$$v = k'.\frac{P_1 - P}{h}$$

bulunur. $\frac{h}{k'} = C$ ile ifade edilir, ve zeminin «direnci» adını alır, boyutu m/m/gün = gün'dür. Bu göz önünde bulundurularak (8) denklemi aşağıdaki şekilde yazılır :

$$v = \frac{P_1 - P}{C}$$

(9) ve (7) denklemlerinden ise

$$- kH \frac{d^2P}{dx^2} = \frac{P_1 - P}{C}$$

veya;

$$kH \frac{d^2P}{dx^2} - \frac{P - P_1}{C} = O \qquad (10)$$

elde edilir.

Böylece hareket denklemini (5) ve süreklilik denklemini (10) ifade etmektedir ve bunlar;

Hareket denklemi

$$q = - kH \frac{dP}{dx} \qquad (11)$$

Süreklilik denklemi

$$kH \frac{d^2P}{dx^2} - \frac{P - P_1}{C} = O \qquad (12)$$

k . H = T, ile (transmissibility) olarak ifade edeceğiz. Boyutu m/gün . m = m²/gün dür. Gene $\sqrt{kHC} = L$ ile göstereceğiz ve buna da (liquid factor) diyeceiz. L nin boyutu ise (m) dir. Meselâ $k = 10 \frac{m}{gün}$, H=10 m ve C = 100 gün olduuna göre;

$$L = \sqrt{10.10.100} = 100 \text{ m dir.}$$

Bu tarife göre (12) denklemini;

$$\frac{d^2P}{dx^2} - \frac{P - P_1}{L^2} = O \qquad (13)$$

olarak yazabiliriz. Bu diferensiyel denklemin genel çözümü

$$P = C_1 . e^{-\frac{x}{L}} + C_2 . e^{+\frac{x}{L}} + P_1 \qquad (14)$$

dir. Yukardaki denklemde C_1 ce C_2 birer integrasyon sabitesidir. Son denklem şu şekilde de ifade edilebilir :

$$P - P_1 = C_1 . e^{-\frac{x}{L}} + C_2 . e^{+\frac{x}{L}} \qquad (15)$$

4 — Ana problemin çözümü

Verilenler;

H : Geçirimli alt tabakanın kalınlığı,

k : Geçirimli alt tabakanın geçirimlilik katsayısı,

h : Yarı geçirgen tabakanın kalınlığı,

k' : Yarı geçirgen tabakanın geçirimlilik katsayısı,

P_1 : Menba tarafındaki su seviyesi,

P_2 : Mansap tarafındaki su seviyesi.

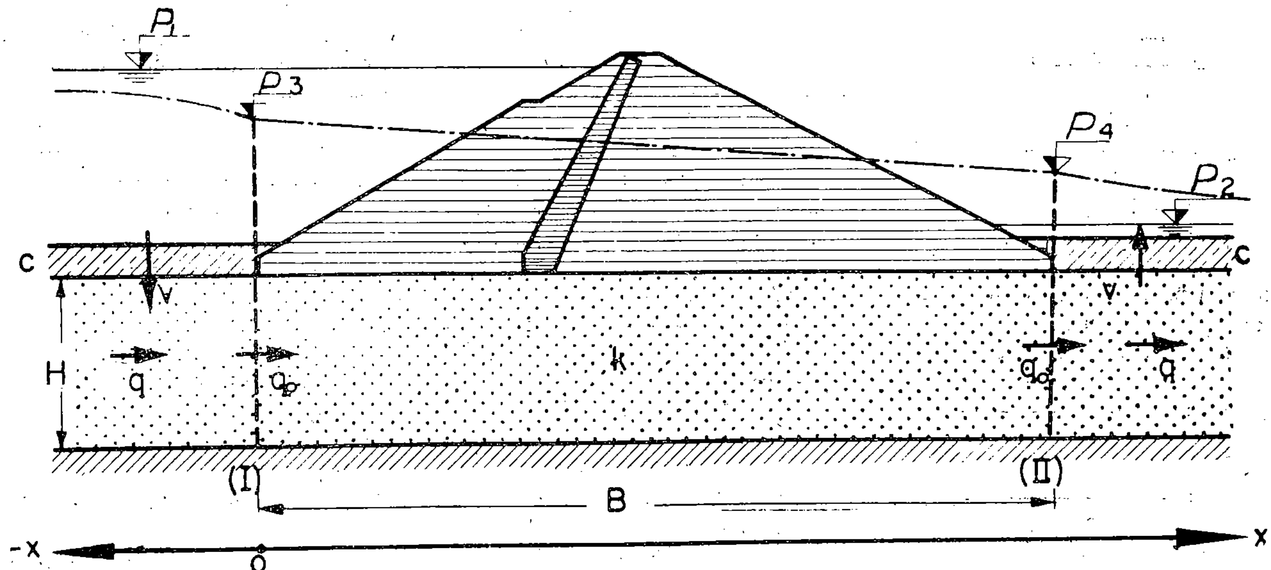
İstenenler :

q_0 : Baraj veya sedde altındaki sızmanın hesabı,

q : Akım denkleminin muhtelif kesitler arasında bulunması,

P : Potansiyel denkleminin muhtelif kesitler arasında bulunması.

Çözüm : Yukarda incelemiş bulunduğumuz yardımcı problemler vasıtasiyle ana problemi çözeceğiz. Baraj veya seddenin ön ve arka topuk-



(Şekil - 3)

larına birer izafî piyezometre borusu yerleştirdiğimizi kabul edelim. Buralardaki su seviyeleri P_3 ve P_4 e kadar yükselecektir. Eğer P_3 ve P_4 değerlerini tesbit edebilirsek, yardımcı problemlerde tesbit ettiğimiz akım denklemleri kullanilarak netice istihsal olunabilir. O halde ilk hedefimiz P_3 ve P_4'ü P_1 ve P_2 cinsinden ifade edebilmek olacaktır.

(I) ve (II) kesitlerinden geçen q_0 debisi sabittir. Her iki kesit arasında bir eksilme veya artma mevzuubahis değildir.

Yardımcı problemlerde bulmuş olduğumuz denklemleri problemimize tatbik edeceğiz. Bu arada yeni seçmiş olduğumuz koordinat sistemini de nazarı itibare alacağız.

4.1 — (I) kesitinin solunda potansiyel ve akım denklemleri :

(15) denkleminde (x) yerine (—x) kaim olacaktır.

Bu aralıktaki sınır şartları ise; $(x=O,\ P=P_3)$ ve $(x=-\infty,\ P=P_1)$ dir. Bu şartlar;

$$P - P_1 = C_1 \cdot e^{\frac{x}{L}} + C_2 \cdot e^{-\frac{x}{L}} \qquad (16)$$

denklemine tatbik edilerek;

$O = C_1\, O + C_2 . \infty$ den $C_2 = O$

$P_3 - P_1 = C_1 + C_2$ den $C_1 = P_3 - P_1$

$$P - P_1 = (P_3 - P_1)\, e^{\frac{x}{L}} \qquad (17)$$

Potansiyel denklemi elde edilir. 17 nin direnci olup (5) numaralı hareket denklemine tatbik erilirse :

$$q = -kH \frac{dp}{dx} = -\frac{kH}{L} (P_3 - P_1)\, e^{\frac{x}{L}}$$

akım denklemi bulunur. x=O için;

$$q_0 = -\frac{kH}{L} (P_3 - P_1) \qquad (19)$$

hemen ön topuğun altındaki debiyi verir.

4.2. — I ve II kesitleri arasındaki potansiyel ve akım denklemleri :

Hazırlayıcı problem (I) de görüldüğü üzere I ve II kesitleri arasında $\frac{dP}{dx}$, yani potansiyel düşmesi sabit meyillidir. Bu meyil;

$$\frac{dP}{dx} = \frac{P_4 - P_3}{B} \text{ dir.} \qquad (20)$$

Buna göre (3) No. lu denklem;

$$q_0 = -kH \frac{P_4 - P_3}{B} \text{ olur.} \qquad (21)$$

4.3 — (I) kesitinin sağında potansiyel ve akım denklemleri :

Yardımcı problem (II) de bulduğumuz (15) No. lu genel denklemi yeni koordinat sistemi tahtında bu kısma tatbik edeceğiz.

$$P - P_2 = C_1\, e^{-\frac{(x-B)}{L}} + C_2 . e^{\frac{x-B}{L}} \qquad (22)$$

Sınır şartları; $(x=B,\ P=P_4)$ ve $(x = +\infty,\ P = P_2)$ ve $(x = B,\ q = q_0)$ dır. Buna göre;

$O = C_1 . O + C_2 . \infty$ den $C_2 = O$

$P_4 - P_2 = C_1 . e^{\circ}$ den

$C_1 = P_4 - P_2$

$$P - P_2 = (P_4 - P_2) . e^{-\frac{x-B}{L}} \qquad (23)$$

potansiyel denklemi elde olunur.

(23) denkleminin türevi alınıp (5) denkleminde yerine konularak akım denklemi;

$$q = -kH \frac{dP}{dx} = \frac{kH}{L} (P_4 - P_2) . e^{-\frac{x-B}{L}} \qquad (24)$$

ve $x = B$ için $q = q_0$ olduğundan, mansap tarafındaki topuğun altındaki debi olarak;

$$q_0 = \frac{kH}{L} (P_4 - P_2) \qquad (25)$$

elde edilir.

4.4 — Bilinmeyen P_3, P_4 ve q_0 değerlerinin tâyini :

Baraj gövdesinden bir sızma mevzuubahis olmadığına göre, akımın süreklilik şartına istinaden (I) kesitinden giren q_0, B aralığındaki q_0 ve (II) kesitinden çıkan q_0 aynı değerlere sahiptirler. (19), (21) ve (25) denklemlerini birlikte mütalâa edelim;

$$q_0 = \frac{kH}{L}(P_3 - P_1)$$

$$q_0 = -\frac{kH}{B}(P_4 - P_3) \qquad (26)$$

$$q_0 = \frac{kH}{L}(P_4 - P_2)$$

elimizde üç denklem ve üç bilinmeyen (q_0, P_3, P_4) var.

Bu üç denklemin çözümünden;

$$P_3 = \frac{P_1 (B+L) + P_2 L}{B + 2L}$$

$$P_4 = \frac{P_1 L + P_2 (B+L)}{B+2L} \qquad (27)$$

$$q_0 = kH \frac{P_1 - P_2}{B + 2L}$$

değerleri elde edilir. P_1, P_2, B ve $L = \sqrt{kHC}$ bilinen ve verilen kıymetler olduğuna göre baraj veya seddenin ön ve arka topuklarındaki potansiyellerle, alttan vâki sızma miktarı q_0; (P_1 — P_2) menba ve mansap su seviyeleri farkı ile doğru orantılı ve taban genişliği 2 L nin toplamı ile ters orantılıdır.

4.5 — Her üç aralıktaki potansiyel ve akım denklemleri :

Yukarıda tesbit ettiğimiz P_3 ve P_4 değerleri ile evvelce adı geçen üç aralığa ait potansiyel ve debi denklemlerini ayrı ayrı yazabiliriz;

(I) kesitinin solunda;

(17) ve (18) denklemlerinden;

$$P = P_1 - \frac{L(P_1 - P_2)}{B + 2L} \cdot e^{\frac{x}{L}} \qquad (28)$$

$$q = k.H. \frac{(P_1 - P_2)}{B + 2L} \cdot e^{\frac{x}{L}} \qquad (29)$$

I — II kesitleri arasında;

Bu kesitler arasında potansiyel düşmesinin sabit meyilli ve debinin sabit bir kıymeti haiz olduğunu daha önce görmüş idik.

$$\frac{dP}{dx} = \frac{P_4 - P_3}{B}$$ ve bunun integrasyonu;

$$P = \frac{P_4 - P_3}{B} \cdot x + C$$

($x = O$, $P = P_3$) sınır şartının tatbiki ile

$$P = P_3 + \frac{P_4 - P_3}{B} \cdot x \qquad (30)$$

$$q = q_0 = kH \frac{P_1 - P_2}{B + 2L} \qquad (31)$$

(II) kesitinin sağında;

(23) ve (24) denklemlerinden;

$$P = P_2 + \frac{L(P_1 - P_2)}{B + 2L} \cdot e^{-\frac{x-B}{L}} \qquad (32)$$

$$q = kH. \frac{P_1 - P_2}{B + 2L} . e^{-\frac{x-B}{L}} \qquad (33)$$

5 — Bulunan netice üzerinde tartışma

Mansap tarafında topuktan itibaren — ∞ istikametinde uzaklaştıkça gölden alttaki geçirimli tabakaya vâki olan sızmaları inceliyelim. Bu bölgede herhangi bir kesitteki debiyi (29) denklemi ve tam eşikteki debiyi (31) denklemi ile tesbit etmiştik :

$$q = kH \frac{(P_1 - P_2)}{B + 2L} \cdot e^{\frac{x}{L}}$$

$$q_0 = kH \frac{(P_1 - P_2)}{B + 2L}$$

bunlardan;

$$\frac{q}{q_0} = e^{+\frac{x}{L}} \qquad (34)$$

elde edilir. Aşağıdaki tabloyu teşkil edelim;

Mesafe	q, q_0 ın % si olarak
$x = O$	100
$x = -\frac{1}{2} L$	60.7
$x = -L$	36.8
$x = -2L$	13.5
$x = -3L$	5.0

Demek ki eşikten $x = -\frac{1}{2} L$ mesafede, baraj veya sedde altından vâki toplam sızmanın % 60.7 si ve $x = -3L$ mesafede % 5 i gölden aşağıdaki geçirimli tabakaya süzülmektedir.

Literatür :

1 — **Todd, Groundwater Hydrology, John Wiley,**

2 — **Santing, Lecture notes of Ground - Water flow, International course in Hydraulic Engineering.**

YÜKSEK MÜHENDİS

MÜKERREM TAŞÇIOĞLU

HER EB'ADDA BETONARME, PROFİL DEMİRLERİ İLE SAÇ İHTİYAÇLARINIZ İÇİN HİZMETİNİZDEDİR.

TEDİYE KOLAYLIĞI YAPILIR

Tersane Cad. Buğulu S. 20, Galata - İstanbul, Telgraf - Muhataş, Telefon : 44 02 15

(T. M. H. — 54)