3.3 ZEMİNE OTURAN BETON PLAKLAR İÇİN ELASTİK VE PLASTİK TEORİ

Zemine oturan beton plakların çözüm yöntemlerinin en bilineni ve kullanılanı, hiç kuşkusuz elastik teoridir. Özellikle donatısız veya donatısı rötre etkilerini karşılamak için yerleştirilmiş plaklerın çözümlenmesi elastik teori kullanılarak yapılmalıdır. Buna ilaveten: Akma çizgileri yöntemi gibi plastik hesap yöntemleri kullanılıyor olsa dahi plaknın taşıma gücüne eriştiği andaki zemin gerilmelerinin ve yerdeğiştirme biçiminin yeter yaklaşıklık ile tahmin edilerek hesaba katılmasını sağlamak amacıyla, elastik teoriye dayanan bazı ön çözümler yapılmalıdır. Bütün bunların yanında; plak üzerindeki yüklerin, plağın serbest kenarında bulunması durumunda: Yüklerin artmasıyla beraber çatlayan ve ek moment taşıyamayacak sınıra ulaşan plak kesiti, sözkonusu ek momentleri komşu kesitlere aktaramaz. Plastikleşme oluşmayan bu durumda, bahsi geçen yükler için plak, elastik hesap yöntemleri kullanılarak çözümlenmelidir.

Elastisite teorisinde, zemin-plak sistemi için, genellikle aşağıdaki koşulların oluştuğu varsayılmaktadır [8,10,11].

a- Plak elastik, izotrop ve tamamen homojendir. Plak kalınlığı, dolayısı ile eğilme rijitliği sabittir.
b- Zemin tamamen elastiktir. Bu durum, altzeminin elastik veya esnek olması biçimine göre değişiklik göstermez. (Bilindiği üzere; alt zeminin esnek olduğununun kabul edilmesi durumunda: Zeminde meydana gelecek etkilerin sadece plak yükünün altında oluşacağı ve bu gerilmenin, yatak katsayısı k ile düşey yerdeğiştirme değeri w nın çarpımı şeklinde elde edilebileceği anlaşılmaktadır.)
c- Plak ve zemin tam temas halindedir. Herhangibir yük altında oluşacak yerdeğiştirme halinde, plağın zeminden ayrılması durumu hesaplarda gözönüne alınmamalıdır.

Aşağıda; plak ortasında tekil yük durumu için hesap yöntemi kısaca anlatılacak ve daha sonra, sırasıyla kenarda ve köşede tekil yük bulunması durumunda elde edilen sonuçlar tablo ve diyagram halinde verilecektir.

3.3.1 Plak Ortasında Tekil Yük Durumu

Hesap kolaylığı ve yöntemin uygunluğu nedeniyle, bu yük durumu için; çapı a olan ve esnek zemine serbestçe oturan bir dönel simetrik dairesel plağın merkezinden P yükü ile yüklü bulunduğu varsayılsın. Bu yük altında oluşacak maksimum yerdeğiştirme hesabedilmeye çalışılsın. Bu yük durumu çözümlemesi için enerji yöntemi seçilsin [11].

Şekil değiştirme enerjisi ifadesi:

$$U_1 = \pi D \int_0^a \left[\left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dw}{dr} \right)^2 - \frac{2(1-\nu)}{r}\frac{dw}{dr}\frac{d^2 w}{dr^2} \right] r dr \qquad (3.22)$$

olarak yazılabilir.

Çözümün, aşağıda verilen seri biçiminde olduğu tahmin edilmiş olsun.

$$w = c_0 + c_2 r^2 \qquad dw/dr = 2c_2 r \qquad d^2w/dr^2 = 2c_2 \tag{3.23}$$

Seçilen yerdeğiştirme fonksiyonu ve türevleri enerji ifadesinde yerine konur ve integral ifadesi açılırsa;

$$U_1 = 4c_2^2 D\pi\, a^2\, (1+\nu) \tag{3.24}$$

elde edilir.

Elastik plaknin düşey yerdeğiştirmesine ait şekil değiştirme enerjisi;

$$\begin{aligned} U_2 &= \int_0^{2\pi}\int_0^{a} \frac{1}{2} k w^2 r dr d\theta \\ &= \frac{1}{2}\pi k\, (c_0 a^2 + c_0 c_2 a^4 + \frac{1}{3} c_2^2 a^6) \end{aligned} \tag{3.25}$$

biçiminde elde edildikten sonra, tekil yükün yaptığı iş yazılırsa;

$$W = P\,(w)_{r=0} = Pc_0 \tag{3.26}$$

elde edilir. Sisteme ait potansiyel enerji ifadesi yazılıp bunun minimum olma şartı uygulanır ise, bilinmeyen katsayılar ve yerdeğiştirme ifadesi elde edilir. Aşağıda tüm adımlar gösterilmiştir.

$$\begin{aligned} \Pi &= U_1 + U_2 - W \\ &= 4\mathrm{c}_2^2 D\pi a^2 (1+\nu) + \frac{\pi k}{2}(c_0^2 a^2 + c_0 c_2 a^4 + \frac{1}{3} c_2^2 a^6) - Pc_0 \end{aligned} \tag{3.27}$$

$$\partial\Pi/\partial c_n = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} c_0 &= P/\pi k a^2 \left[1 + \frac{1}{(1/3) + 32D(1+\nu)/ka^4} \right] \\ c_2 &= -P/\pi k a^4 \left[\frac{1}{(1/6) + 16D(1+\nu)/ka^4} \right] \end{aligned} \tag{3.28}$$

Sonuçta, düşey yerdeğiştirme ifadesi aşağıdaki gibi şekillenir:

$$w(r) = \frac{P}{\pi k a^2}\left[1 + \frac{3a^4}{a^4 + 96 l^4 (1+\nu)}\left(1 - \frac{2}{a^2} r^2\right)\right] \tag{3.29}$$

Yukarıda seçilen deneme fonksiyonu ile elde edilen çözüm, esas itibarıyla yerdeğiştirme için yeterince doğru değerler vermektedir. Ancak gerilme ve moment ifadeleri için uygun ifadeler içermediği hemen söylenebilir. Elastik yöntem kullanılarak elde edilen sonuçların, hem yerdeğiştirme ve hem de zemin gerilmesi için yeterince doğru sonuçlar vermesi beklenmelidir. Özellikle elastik zeminler üzerine oturan plaklerin altında meydana gelen gerilmelerin hesaplanmasında bu çözümün daha da hassas olması istenmektedir. Bu nedenle, literatürde çokça kullanıldığı gibi, logaritmik ifadeler içeren bir fonksiyon seçilmeli ve çözümler bu fonksiyon yardımı ile oluşturulmalıdır [12]. Logaritmik ifadeler içeren fonksiyon ile çalışmak ve böylece çözüme ulaşmak, özellikle yüklerin plak kenar ve köşe bölgelerinde olduğu zaman, hiç de basit olmadığı akılda tutulmalıdır. Bunlara ilaveten, yükün teorik olarak tek bir noktadan etkimemesi ve tekerlek veya taban plakalarının kendi gerçek eleman boyutları vasıtasıyla hesaba katılması, hesap yöntemini azımsanmayacak bir karmaşıklığa sokmaktadır. Bu nedenle üstte Denklem 3.29'da elde edilen yerdeğiştirme fonksiyonunun, gerçekleştirilen hesapların kontrol edilmesi yönünde fayda sağlaması beklenmelidir.

Aşağıda verilen ve logaritmik ifadeler içeren fonksiyonun, esnek zemin kabulü ile, her bir yük durumu için çözümü yapılmıştır. Ara hesapların karmaşık ve hesaplama yöntemlerinin bu kitabın esas amacı dışında olması nedeniyle, burada açık ifadelerin gösterilmesine gerek duyulmamış, fakat sadece elde edilen sonuçlar tablo halinde sunulmuştur [8]. Tabloda verilen değerler, sadece tekil yükleri içermektedir. İkili veya çoklu yüklerin plak üzerinde beraberce bulunması durumuna ait sonuçların genelleştirilmesi ve tabloda verilmesi mümkün olmakla beraber, elastik çözüm yöntemlerinin ve sonuçlarının elde edilmesindeki amacın bir başka hedefin gerçekleştirilmesi olduğu bir sonraki alt bölümde (Zemine Oturan Beton Plaklar İçin Akma Çizgileri Teorisi) açıklanacaktır.

$$w_0(r) \approx c_0 + c_2 r^2 + c_3 r^2 \log r \tag{3.30}$$

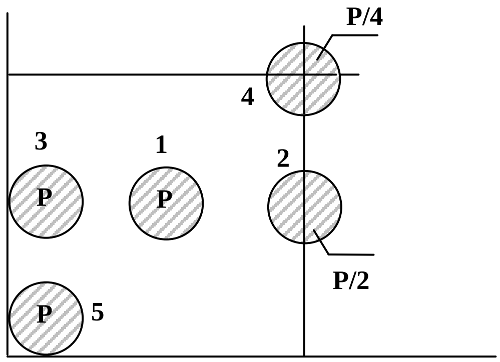
Burada seçilen logaritmik fonksiyon yerine; değişik polinomlar, değişik kuvvet fonksiyonları, Bessel fonksiyonu gibi fonksiyonlar seçilebileceği gibi, doğrudan plakye ait diferansiyel denklemin çözümü yoluyla da sonuçların elde edilmesi imkan dahilindedir. Uzun zamandır kullanılan sayısal çözüm yöntemleri, bilgisayarların ve paket programlarının gelişmesi ile daha da basit şekilde kullanılabilir hale gelmiştir. Özellikle Excel, MathCad ve Matlab programları yardımı ile bu tip yükler altında plak sistemi elastik olarak rahatlıkla çözülebilmekte ve sonuçlar üç boyutlu grafik ortamda izlenebilmektedir. Bunların yanında, daha farklı yapı mekaniği problemlerinin hesaplanması sırasında oldukça yaygın biçimde kullanılan SAP2000 ve Staad-Pro programları ile sadece beton plakler için kullanılan ISLAB 2000 ve MATS sayılabilir.

Tablo 3.8. Esnek zemine ait, çeşitli tekil yük durumları için maksimum düşey yerdeğiştirme, maksimum zemin basıncı ve maksimum moment ifadelerini veren çözümler [8]

Bağıl Rijitlik Yarıçapı : $l = \sqrt[4]{D/k}$

Bağıl Yük Mesafesi : $a_l = a_r / l \leq 2$

a_r= yükün temas alanı yarıçapı



Önemli Not: $a_l = a_r / l$ nin 2 ve daha küçük değerleri için kullanılmalıdır.

Elastik Zemin Durumu	
1.Durum Yük Plak Ortasında	Merkez Yerdeğiştirme $w_0 = (0{,}125 P l^2 / D)[1-(0{,}217-0{,}367 \log a_l)\, a_l]$ Merkez Zemin Basıncı $p_0 = (0{,}125 P / l^2)[1-(0{,}217-0{,}367 \log a_l)\, a_l]$ Merkez Momenti $m^{+}_{\max} = -P(1+\nu)\left[0{,}1833 \log a_l - 0{,}0078\; a_l^2 - 0{,}049\right]$
2.Durum Yük Derz Üzerinde	Maks. Kenar Yerdeğiştirme $w_d = (0{,}204 P / k l^2)(1+0{,}4\nu)[1-0{,}324(1+0{,}5\nu)\, a_l]$ Maks. Pozitif Moment $m_d^{+} = 0{,}5 P\,(1+0{,}5\nu)(2{,}5-0{,}25 a_l)\, Z_4^0$ Maks. Negatif Moment $m_d^{-} = -0{,}03 P \quad (\nu = 0)$ $m_d^{-} = -0{,}033 P \quad (\nu = 0{,}15)$ Burada Z_4^0: a_l nin bir fonksiyonu olarak, yükün merkezinde oluşan maksimum eğilme momenti değerini ifade etmektedir.
3.Durum Yük Plak Kenarında	Maks. Kenar Yerdeğiştirme $w_k = (0{,}408 P / k l^2)(1+0{,}4\nu)[1-0{,}76(1+0{,}5\nu)\, a_l]$ Maks. Pozitif Moment $m_k^{+} = P\,(1+0{,}5\nu)(2{,}2-0{,}8 a_l)\, Z_4^0$ Maks. Negatif Moment $m_k^{-} = -0{,}06 P \quad (\nu = 0)$ $m_k^{-} = -0{,}066 P \quad (\nu = 0{,}15)$ Burada Z_4^0: a_l nin bir fonksiyonu olarak, yükün merkezinde oluşan maksimum eğilme momenti değerini ifade etmektedir.
4.ve 5.Durum Yük Plak Köşesinde	Moment (**4.Durum**) $m^{-}_{derz,k} = -0{,}125 P\,(1-0{,}74 \sqrt[5]{a_l^3}\,)$ Moment (**5.Durum**) $m^{-}_{köşö} = -0{,}5 P\,(1-1{,}23 \sqrt[5]{a_l^3}\,)$

Bir üst sayfada verilen ve bu kitapta, boyutsuz moment diyagramlarının oluşturulmasına esas alınan tablodaki fonksiyonların benzerleri; Westergaard tarafından 1926 yılından başlayarak 1949 yılına kadar yapılan teorik ve deneysel çalışmaların sonuçları olarak yayınlanmıştır. 1980 yılları başlarında gelişen sonlu elemanlar yönteminin kullanılması ile beraber, sözkonusu çalışmaların daha hassas sonuçları elde edilmiş ve bu sonuçlar ilk kez 1985 yılında Ioannides ve ikinci kez 1996 yılında Ioannides ve Hammons tarafından yayınlanmıştır. Aşağıda verilen formülasyon; sözkonusu yazarlar tarafından sunulan sonuçları içermektedir [13]. Elde edilen sonuçlar, hem bir önceki tabloda ve hem de aşağıdaki tabloda verilen değerler, plaknin elastik kaldığı durumlar için geçerlidir ve plaknin doğrusal olmayan (plastik) çözümünün gerçekleştirilebilmesi için birer yardımcı niteliğindedir. Okuyucunun bu hususu bilmesi ve aşağıda verilen tablo değerlerinin ek bilgi niteliğinde, elde edilen değerlerin kontrolü için kullanılması tavsiye edilmektedir.

Tablo 3.9 Ioannides ve Hammons [13] tarafından elde edilen elastik gerilme ve yerdeğiştirme formülasyonu (ν=0,15 olarak alınmıştır)

Elastik Zemin Durumu		
1.Durum Yük Plak Ortasında	Yerdeğiştirme	$\frac{P}{8kl^2}\left\{1+\frac{1}{2\pi}\left[\ln\left(\frac{a_l}{2}\right)-0,673\right]a_l^2\right\}$
	Gerilme	$\frac{0,316P}{h_f^2}\left[4\log\left(\frac{l}{b}\right)+1,069\right]$
	Burada:	$a \geq 1,724h_f \quad b=a$ $a < 1,724h_f \quad b=\sqrt{1,6a^2+h_f^2}$
2.Durum Yük Plak Kenarında	**Tam Daire**	
	Yerdeğiştirme	$\frac{0,431P}{kl^2}\left[1-0,82a_l\right]$
	Gerilme	$\frac{0,803P}{h_f^2}\left[4\log\left(\frac{1}{a_l}\right)+0,666a_l-0,034\right]$
	Yarım Daire	
	Yerdeğiştirme	$\frac{0,431P}{kl^2}\left[1-0,35a_l\right]$
	Gerilme	$\frac{0,803P}{h_f^2}\left[4\log\left(\frac{1}{a_l}\right)+0,282a_l+0,650\right]$
3.Durum Yük Plak Köşesinde	Yerdeğiştirme	$\frac{P}{kl^2}\left(1,205-1,222a_l\right)$
	Gerilme	$\frac{3P}{h_f^2}\left(1-1,479a_l^{0,72}\right)$

Yukarıda kabul edilen zemin durumu ile üstüne plaknin imal edileceği gerçek zeminin özellikleri arasında farklılıkların bulunması kaçınılmazdır. Bu bakımdan; burada verilen sonuçların, gerçek zemine ait yapılan kabullerin doğruluğu kadar güven verici olduğu hatırdan çıkartılmamalıdır.

Donatılı plakların elastik ve izotropik olduğu, sözkonusu plağın ancak hiç çatlamamış olması durumu için düşünülmektedir. Bu elastik kalınan kısa süre sonunda, yüklerin sürekli olarak artmasıyla plak artık donatılı olarak görev yapmaya başlar. Daha sonra, meydana gelen çatlak biçimi ve momentlerin doğrultularında değişimle plağın davranışı, yükün şiddeti ve yükün uygulama noktasından olan mesafeye bağlı olarak sürekli farklılık gösterir. Bütün bunlara rağmen kullanılan teorinin doğru sonuçlar verip vermediği, yapılacak kapsamlı ve iyi deneyler ile kontrol edilmelidir.

Çelik donatı çubukları kullanılarak hazırlanan ve ortada tekil yüke maruz plak deneylerinde, eğer plağın eğilme rijitliği akma noktasındaki sekant modülü esas alınarak belirlenmiş ise, plak alt donatısının akma noktasına ulaştığı anda elde edilen yerdeğiştirme deney sonuçlarının, elastisite teorisine dayanan hesaplar ile oldukça uyuşumlu olduğu görülmüştür. Daha büyük yük değerleri için, hatta çatlakların plak üst kısmında görülmesi ve plağın plastikleşme aşamasına ulaşmasına rağmen, elde edilen yerdeğiştirme değerlerinin teorik elastik sonuçlar ile benzer olduğu belirlenmiştir.

Deney sonuçlarından, moment değerleri için elde edilenler bir dereceye kadar farklıdır. Alt donatı çubuklarının akmaya ulaştığı ana kadar elde edilen moment değerleri, elastik teori ile elde edilenlere uymakta fakat, bu değerler arasındaki fark, çatlakların artmasıyla beraber iyice belirgin olarak ortaya çıkmaktadır. Artan yükler ile beraber meydana gelen momentlerin hesabı, artık elastisite teorisi ile hesaplananlardan çok farklı olacak ve plaknin negatif ve pozitif taşıma gücü moment değeri, doğrusal olmayan teori kullanılarak hesaplanabilecektir [14].

Plak kenarında bulunan tekil yük durumunda elde edilen sonuçlar, yükün plak ortasında bulunması durumuna göre çok belirgin farklar ortaya çıkartmamaktadır. Kenar boyunca ve genişliği bağıl rijitlik yarıçapı kadar olan bir bölgede yapılan plak kalınlığı artışı veya aynı bölgede yapılan donatıdaki artış sayesinde; kenar bölge için elde edilen yerdeğiştirme deney sonuçlarının elastik teori ile gerçeklendiği, buna karşılık moment değerlerinin oldukça farklı sonuçlar verdiği saptanmıştır.

Kısaca özetlenirse: Elastisite teorisi, zemine oturan donatılı plaklerin çözümlenmesi için kullanılabilmektedir. Bu teorinin, özellikle yerdeğiştirmelerin elde edilmesinde yeterince gerçekçi değerler verdiği belirlenmiş, bunun yanında moment değerlerinin ise, plağın elastik bölgede kalması şartıyla kullanılabileceğine kanaat getirilmiştir. Plağın elastik kalması veya artan yükler altında çatlamasının sınırlandırılması, kalınlığının nispeten yüksek değerler alması anlamına gelmektedir. Bununla beraber; çatlama sonrası meydana gelen momentlerdeki değişimin ifade edilmesi de elastik teori kullanılarak gerçekleştirilememektedir. Bu durumda; plak taşıma gücü yükünün de elde edilmesi mümkün olmayacaktır [8].

3.3.2 Zemine Oturan Beton Plaklar için Akma Çizgileri Teorisi

Zemine oturan endüstriyel tip betonarme plakların yapısal olarak çözümlenmesi, bir üst bölümde ifade edildiği üzere, geleneksel olarak; ya Westergaard, veya Meyerhof, Ioannides ve Hammons yöntemlerinden birisi ile gerçekleştirilmektedir. Westergaard; elastik teoriyi kullanırken, diğer yöntemler Meyerhof tarafından uygulanmış ve O'nun doğrultusunda Losberg ve Weisgerber gibi araştırmacılar, daha çok akma çizgileri teorisine dayanan çözümler üretmişlerdir. Yakın zamanlarda ise Ioannides ve Hammons, bilgisayar destekli sayısal hesap yöntemleri kullanarak elde edilmiş olan sonuçların sağlamasını yapmışlar ve mevcut bilgi birikimine bir kısım düzeltme ve düzenlemeler eklemişlerdir. Aşağıda verilen hesap yöntemi ve elde edilmiş olan formüllerin bir bölümü, İsveçli araştırmacı Losberg' in bazı çalışmalarına dayanmaktatır [8].

Zemine oturan bir plağın orta noktasında tekil bir yükün uygulandığını varsayalım. Yükün artması ile beraber, plak alt yüzeyinde çekme gerilmeleri artmaya ve yükün uygulama noktasından üst yüzeye doğru radyal çatlaklar yayılmaya başlar. Bu çatlakların, boyu artar, sonuçta plağın taşıma gücüne erişmesine sebep olan üst yüzeydeki dairesel çatlağa kadar ulaştığı görülür. Bu dairesel çatlak boyunca, betonun, eğilme dayanımına ulaştığı ve göçtüğü söylenebilir. Akma çizgileri teorisinin ilk kullanıcılarından Johansen' in oluşturduğu, daha sonra bazı araştırmacılar tarafından geliştirilerek kullanılan ve eğilmede göçme yükünün ifadesini veren formül, aşağıda genel biçimi ile tanımlanabilir [15].

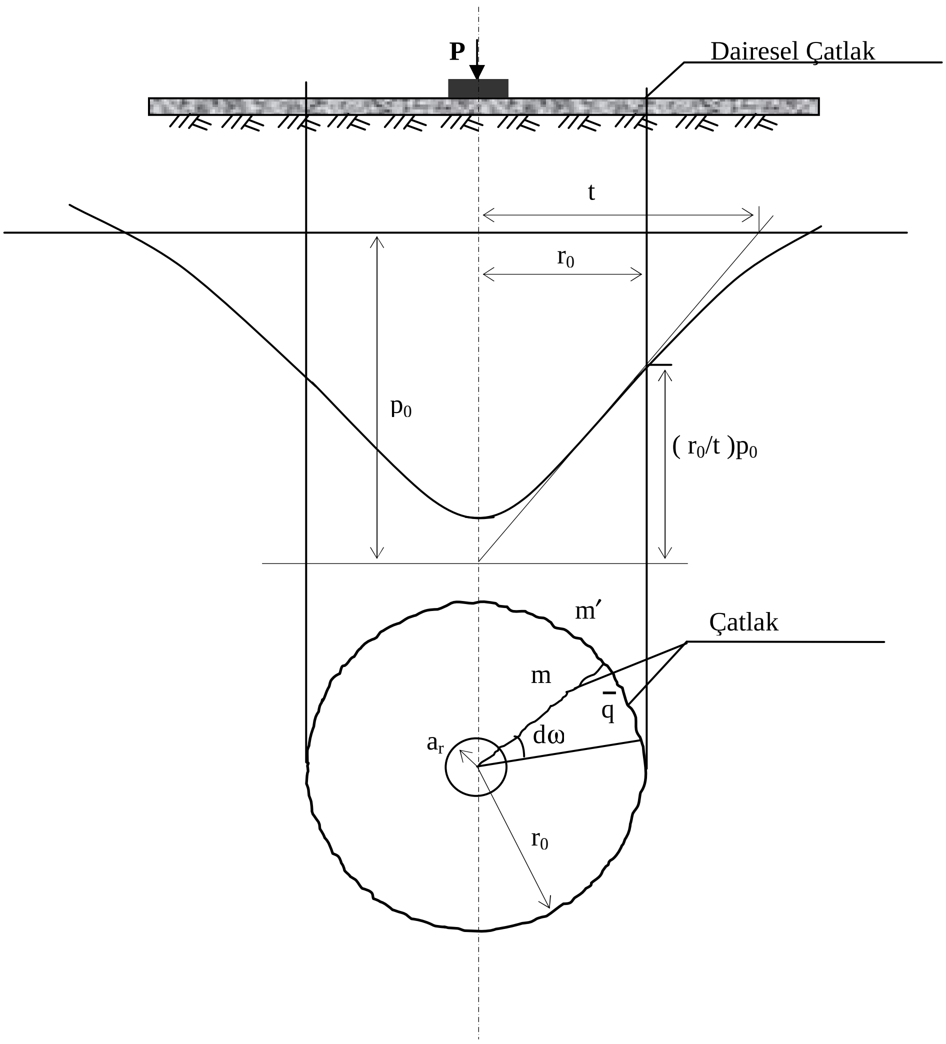
$$P_u\left(1-\sqrt[3]{\frac{k}{p_0}}\right)=2\pi(m+m') \tag{3.31}$$

Burada:

P_u : Göçme yükü
m ve m' : Sırasıyla, pozitif ve negatif taşıma gücü momentleri
k : Yatak katsayısı
p_0 : Tekil yükün temas alanı altında plakde oluşan gerilme
$\sqrt[3]{k/p_0}$: Zemin etkisi
olarak ifade edilebilir.

Göçme sırasında, zemin dayanımının etkisi ihmal edilirse formül; $P_u=2\pi(m+m')$ basit şekline dönüşmektedir. Bu özel formül, yükün plak serbest kenarından yeter derecede uzakta ve kenar etkisinin ihmal edilebileceği bir iç noktada olması durumunda kullanılabilmektedir. Her ne kadar, çelik çubuklar kullanılarak oluşturulan bir zemin plağında eğilme rijitliği artışı ihmal edilse de, donatılar; moment kapasitesi artışı için kullanılabilmekte ve beton kesitin bu sayede sünekliğinin artmasını sağlamaktadırlar. Bu anlamda çelik tel liflerin kullanımının; betonun dayanımını her doğrultuda artırdığı, betona yeterli sünekliği kazandırdığı ve elemanda momentlerin yeniden dağılımına imkan verdiği belirlenmiş olmakta ve bu sayede, zemine oturan plaklerin çözümlenmesi için akma çizgileri hesap yönteminin kullanılabilirliği uygun bulunmaktadır.

3.3.2.1 Çözüm yöntemi



Şekil 3.18 Dairesel biçimdeki tekil yük etkisinde bulunan zemin plağı

3.3.2.1a Zemin plağı ortasında bulunan tekil yük durumunda çözüm

Denge Denklemleri : Yarıçapı a_r olan ve dairesel tekil yük ile yüklenmiş bulunan bir plağı ele alalım. Plak, yükün uygulama alanına göre nispeten daha büyük ve yükün en dış sınırı; plağın serbest kenarından en az bağıl rijitlik yarıçapı (***l***) kadar daha içeride bulunsun. Direkt veya dolaylı olarak zemine oturan sözkonusu plak; yük karşısında gevrek kırılmaya sebep olmayacak biçimde donatı çubukları veya çelik tel lifler vasıtasıyla donatılmış olsun.

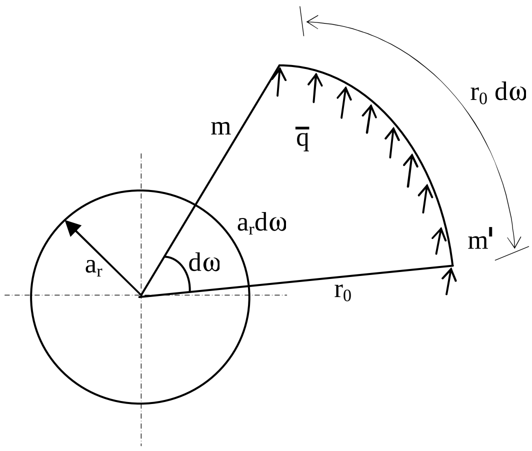
Uygulanan yük nedeniyle, plağın üst yüzeyinde, dairesel olarak bir çatlağın meydana geldiği anı düşünelim. Bu durumda; yükün etki ettiği noktadan r_0 mesafesinde bulunan sözkonusu dairesel çatlak boyunca, oluşan eğilme momentleri kısa süre içerisinde artarak bir sınır değere ulaşır. m' ile ifade edilebilen bu taşıma gücü eğilme momentlerinin; dairesel zarf boyunca sabit ve negatif değerli olduklarını söyleyebiliriz [8].

Problemin çözümünü basit ve anlaşılır hale getirmek için, aşağıda iki kabul verilmiştir.

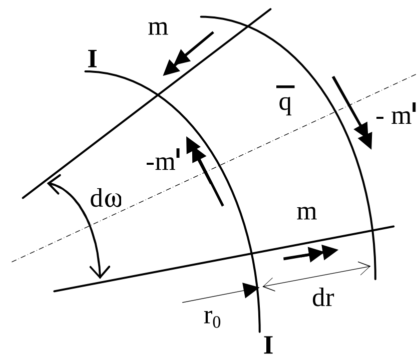
a) Akma çizgilerini ifade eden dairesel çatlak iç bölgesindeki akma, alt kısımda ortaya çıkan ve yarıçap doğrultusunda üst kısımdaki dairesel çatlağa kadar ilerleyen radyal çatlaklar boyunca, donatı veya çelik tel lif ile donatılan betonda meydana gelir. Radyal çatlaklar boyunca momentin sabit ve pozitif taşıma gücü momentine eşit olduğu (akma momenti) kabul edilmektedir.

b) Çatlamış bölge içerisinde bulunan plak ve alt zemin özelikleriyle ilgili olan zemin tepkisi p_s den ortaya çıkan basınç, yüksekliği $\boldsymbol{p_0}$ ve taban yarıçapı $\boldsymbol{t}$ olan bir tahmini yerdeğiştirme konisi biçiminden elde edilebilir.

Denge denklemleri; iki radyal çatlağın (pozitif moment göçme sınırları), dairesel çatlak (negatif moment göçme sınırı) ile oluşturduğu yüzey üzerinden elde edilebilir. Bu maksatla Şekil 3.19 kullanılarak, yük ve moment denge denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.



Şekil 3.19 Tekil yük ve çatlama sınırı



Şekil 3.20 Çatlak bölgesi moment dengesi

Yükün etkidiği dairesel bölgenin çevresi $2\pi a_r$ iken, $d\omega$ ile belirli daire parçasının aynı daire üzerindeki gördüğü yayın uzunluğunun $a_r d\omega$ kadar olduğu hatırlanmalıdır.

Kuvvet Dengesi

$$\frac{P}{2\,\pi\,a_r}a_r d\varphi = \frac{r_0\,(r_0 d\varphi)}{2}\frac{1}{3}\frac{r_0}{t}\,p_0 + \frac{r_0\,(r_0 d\varphi)}{2}\,p_0\left(1-\frac{r_0}{t}\right)+\bar{q}\,r_0 d\varphi \tag{3.32}$$

Moment Dengesi

$$\frac{P}{2\,\pi\,a_r}a_r d\varphi\left(\frac{2a_r}{3}\right)=\frac{r_0\,(r_0 d\varphi)}{2}\frac{1}{3}\frac{r_0}{t}\,p_0\left(\frac{3}{4}\right)\frac{2}{3}r_0$$
$$+\ \frac{r_0\,(r_0 d\varphi)}{2}\,p_0\left(1-\frac{r_0}{t}\right)\frac{2}{3}r_0$$

$$-\,m r_0 d\varphi - m' r_0 d\varphi + \bar{q}\,r_0 d\varphi\,r_0 \tag{3.33}$$

Buradaki $\bar{q}$ değeri; dairesel çatlak boyunca oluşan kesme kuvvetini ifade etmektedir. $\bar{q}$ değerinin belirlenmesi için, Şekil 3.20’de görülen I-I etrafında moment dengesi yazılabilir. Dairesel çatlak sınırında yer alan dr kalınlığında bir daire halkasının iç kısmında, dış yük ve zemin etkilerinden dolayı meydana gelen maksimum negatif moment m' olduğuna göre:

$$m'\,drd\varphi + mdrd\varphi = \bar{q}\,r_0 drd\varphi$$
$$\bar{q} = \frac{m+m'}{r_0} \tag{3.34}$$

elde edilir. (*3.34 Nolu Formül Johansen tarafından türetilmiştir* [8,15])

Gerekli düzenlemeler yapılıp, $\bar{q}$ için elde edilen değer 3.32 ve 3.33 te yerlerine yazılırsa:

$$\frac{P}{2\pi}=\frac{1}{2}p_0 r_0^2-\frac{1}{3}p_0 r_0^2\frac{r_0}{t}+m+m' \tag{3.35}$$

$$\frac{P}{\pi}\frac{a_r}{3}=\frac{1}{3}p_0 r_0^3-\frac{1}{4}p_0 r_0^3\frac{r_0}{t}$$

elde edilir.

Denklem 3.35' te, r_0/t elimine edilecek şekilde düzenlenmek istensin, bu durumda söz konusu denklemlerden birinci ifadenin –(3/4)r_0 ile çarpılması gerekecektir. İşlemlerin tamamlanması durumunda taşıma gücü momentlerinin toplamını veren ifade, r_0/t terimi yok edilmiş olarak elde edilir. Birçok durumda bu denklemi kullanmak elverişli olmaktadır.

$$m + m' = \frac{P}{2\pi}\left(1 - \frac{8}{9}\frac{a_r}{r_0}\right) - \frac{1}{18} p_0 r_0^2 \tag{3.36}$$

Çatlak yarıçapı r_0 ; 3.35 denkleminin ikinci ifadesinden aşağıda yazıldığı gibi kolaylıkla elde edilebilir.

$$p_0 r_0^2\left(1 - \frac{3}{4}\frac{r_0}{t}\right) = \frac{P}{\pi}\frac{a_r}{r_0} \tag{3.37}$$

Eğer, bu denklemlerden hareketle taşıma gücü momentinin veya taşıma gücü yükünün hesabedilmesi isteniyorsa, t ve p_0 değerlerinin yani; altzemin tahmini basınç dağılımının ve bunun boyutlarının bilinmesi gerektiği açıktır. Aşağıda; bu bilinmeyenler yaklaşık olarak hesabedilmektedir.

Alt zemin basıncının yaklaşık olarak hesabı

Yukarıdaki denge denklemleri; zemin plağı orta bölgesinin plastikleşme durumunda olduğu varsayılarak türetilmiştir. Hemen hatırlatılmalıdır ki, alt zemin basıncı ile ilgili olarak bu tür bir basitleştirilmiş varsayımın yapılması mümkün değildir. Buna; plağın şekil değiştirmesi ve zeminin elastik özeliklerinin bilinmesi ile karar verilebilir. Ayrıca; yükün uygulanma noktasına yakın bölgede akmanın başlaması da bazı farklılıkların ortaya çıkmasına ve hesapların karışık bir durum almasına sebep olmaktadır.

Bununla beraber plastik bölge, plakda nispeten yerel olarak oluşmakta olup, genel itibarı ile plak elastik sınırlar içerisinde kalmaktadır. Bundan dolayı, zemin gerilmesinin elastik teori esasları kullanılarak tahmin edilebileceği yönünde bir yaklaşım kabul edilebilir. Nitekim bu yönde yapılan ve açıklanan deneyler, böyle bir tahmini doğrular niteliktedir. Plağın plandaki boyutları, kalınlığına kıyasla yeterince büyük kalıyorsa, diğer bir değişle, plak ince ise; bu durumda dairesel, sonsuz veya yarı-sonsuz boyutta bir plağın ait teoriyi kullanmak yeterince doğru çözümler verecektir.

Zeminde oluşan gerilme hacminin bir koni biçiminde olduğu basitleştirmesine yukarıda değinilmişti. Bu şekilde yapılan varsayıma dayanarak, elastisite teorisi kullanılarak elde edilen zemin gerilmesi eğrilerinin yardımıyla, koninin yapısını tahmin etmek mümkün olabilmektedir. Bu durumda, alt zeminin elastik olup olmamasına bakılmaksızın, zemin gerilmesinin plak üzerine uygulanan yük ile orantılı olduğu söylenebilir ve basınç konisinin yüksekliği aşağıda genel biçimindeki gibi ifade edilebilir [8].

$$p_0 = \gamma \frac{P}{l^2} \tag{3.38}$$

Burada:
γ : Teorik elastik gerilme eğrisinden elde edilen bir katsayı
l : Bağıl rijidlik yarıçapı

olarak tanımlanmaktadır. 3.38 ifadesi, 3.35, 3.36 ve 3.37 denklemlerine uygulanırsa, aşağıdaki genel ifadeler elde edilir.

$$m + m' = \frac{P}{2\pi}\left[1 - \pi\gamma\left(\frac{r_0}{l}\right)^2\left(1 - \frac{2}{3}\frac{r_0}{t}\right)\right] \tag{3.39a}$$

$$m + m' = \frac{P}{2\pi}\left[1 - \frac{8}{9}\frac{a_r}{r_0} - \gamma\frac{\pi}{9}\left(\frac{r_0}{t}\right)^2\right] \tag{3.39b}$$

Çatlamış dairenin yarıçapı

$$\frac{r_0}{l} = \sqrt[3]{\frac{a_r / l}{\gamma\pi\left(1 - \frac{3}{4}\frac{r_0}{t}\right)}} \tag{3.39c}$$

şeklinde bulunur.

3.39 formülleri kullanılarak hesap yapılmak istendiğinde; öncelikle teorik gerilme eğrisinden $\boldsymbol{\gamma}$ ve $\boldsymbol{t}$ nin elde edilmesi gerekmektedir. Daha sonra 3.39c denklemi kullanılarak, yeter yaklaşıklık ile $\boldsymbol{r_0/l}$ hesaplanmalıdır. Ardışık yaklaşım yoluyla hesaplanan r_0 değeri saptandıktan sonra, 3.39a veya 3.39b denklemlerinin herhangi birisiyle **m+m'** değeri elde edilebilir. Hesaplarda r_0/l değerinin daha hassas biçimde elde edilmesi olanağı bulunduğundan, 3.39b denkleminin kullanılması tercih edilmelidir.

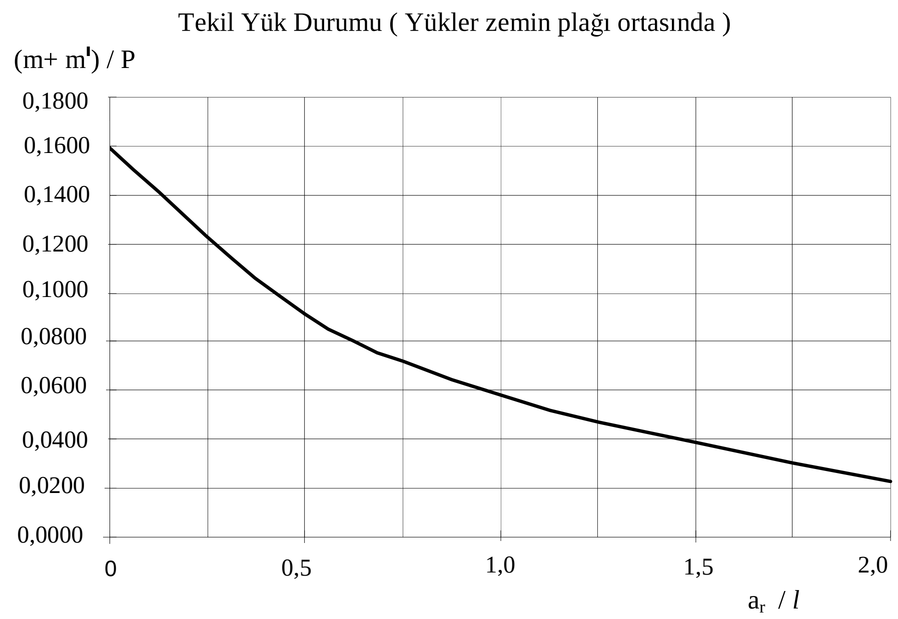
Aşağıda; $\boldsymbol{\gamma}$ değerinin elde edilebilmesi için kullanılan bağıntılar ve sayısal değerleri verilmiş olup, $\boldsymbol{t}$ nin sadece sayısal değerinin verilmesi ile yetinilmiştir. Plak ortasında, köşesinde ve kenarında tek bir yükün bulunması durumları için, elastisite teorisi kullanılarak elde edilen bu değerlerden, teorik basınç dağılımı konisinin taban yarıçapı olarak ifade edilen $\boldsymbol{t}$, yerdeğiştirme fonksiyonu kullanılarak elde edilen eğriye teğet çizilen doğrunun yatay ekseni kestiği nokta olarak belirlenmektedir. Bu doğru, düşeyde teorik maksimum zemin basıncı değeri ile kesişmektedir. $\boldsymbol{\gamma}$ ve $\boldsymbol{t}$ değerlerinin grafik üzerinde açık biçimde gösterimi, ileride ikiz tekil yük için verilecektir.

Tablo 3.10 Tekil yük durumları için γ değerlerini [8]

Yük Durumu	γ değerleri $p_0 = \gamma(\mathrm{P}/l^2)$
Yük Plak Ortasında	$\left[1-(0{,}217-0{,}367\log a_l)\,a_l\right]/8$
Yük Derz Üzerinde	$(1+0{,}4\nu)\left[1-0{,}324(1+0{,}5\nu)\,a_l\right]/4{,}9$
Yük Plak Kenarında	$(1+0{,}4\nu)\left[1-0{,}76(1+0{,}5\nu)\,a_l\right]/2{,}45$

Tablo 3.11 Plak ortasında tekil yük durumu için γ, t, r_0/l ve (m+m') / P nin sayısal değerleri [8]

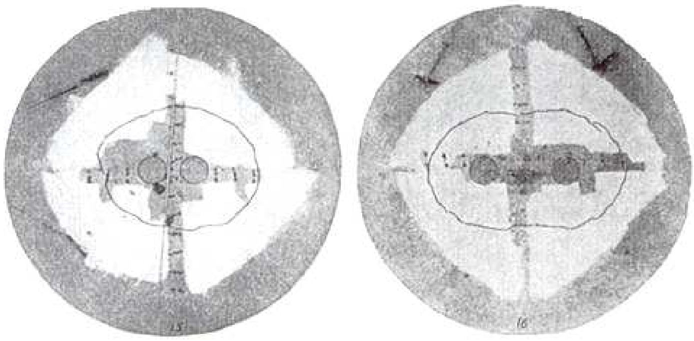
$a_l = a_r / l$	Zemin Basınç Dağılımı Göstergeleri		r_0/l	(m+ m') / P
	γ	t / l		
0	0	0	0	0,1592
0,05	0,128	3,60	0,52	0,1433
0,10	0,129	3,20	0,66	0,1344
0.,20	0,128	2,95	0,86	0,1224
0,30	0,126	2,80	1,01	0,1094
0,50	0,123	2,70	1,25	0,0907
0,70	0,116	2,75	1,48	0,0766
1,00	0,108	2,90	1,75	0,0583
1,25	0,098	3,10	2,02	0,0473
1,50	0,087	3,35	2,29	0,0388
2,00	0,072	3,65	2,71	0,0230



Şekil 3.21 Yükün plak ortasında olması durumunda (m+ m') / P değerleri

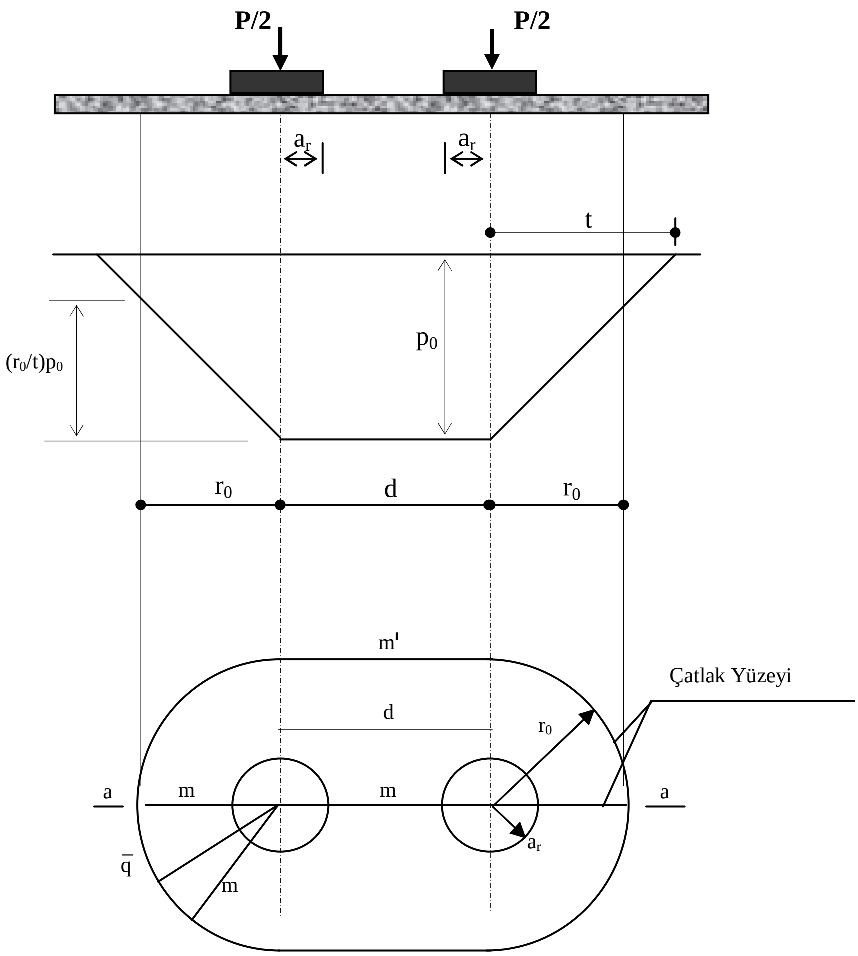
3.3.2.1b İkiz yük durumu

Elastik yöntemler kullanılarak hesapların yapılması durumu için, ikiz yük durumunda; her bir yükün etkisinin elde edilip daha sonra bunların birleştirilmesi mümkün olabilmektedir. Deneyler; zemin plağının plastikleşip taşıma gücüne eriştiği anda, ikiz tekil yüklerin etkisinin ve göçme mekanizmasının tamamen elastik biçimde görülenden farklı olduğu sonucunu ortaya koymuştur. Bu durumda, herbir yükün çevresinde plastikleşme görülebilmekte ve çatlaklar ayrı olarak tespit edilebilmektedir. Aşağıda bahsi geçen deneye ait bir resim bulunmaktadır [8].



Şekil 3.22 Zemin betonu üzerinde ikiz tekil yük deneyi

Bu yük durumunda, zemin basıncı dağılımının plağın göçme biçimine bağlı olduğu gerçeği hesaplarda gözönüne alınırsa; gerçek plastikleşme biçimi ve göçme şekline hesaplarla ulaşmak mümkün olabilmektedir. Yüklerin birbirlerinden yeterince uzak olması durumunda, göçme şeklinin her bir yük altında iki ayrı dairesel çatlak biçiminde oluşmasına rağmen, yüklerin birbirine yakınlığı arttıkça bu çatlak; plaknin üst tarafında hemen hemen tek bir çatlak şeklini almaktadır. Önceki sayfada verilen şeklin sağda olanında, birbirinden nispeten uzak iki yükün oluşturduğu çatlağı; birbiri içine girmiş iki dairesel çatlak olarak nitelemek mümkündür. Yüklerin yakınlığı arttıkça, çatlak tek daire biçimine, uzaklaştıkça iki daire biçimine dönüşecektir.



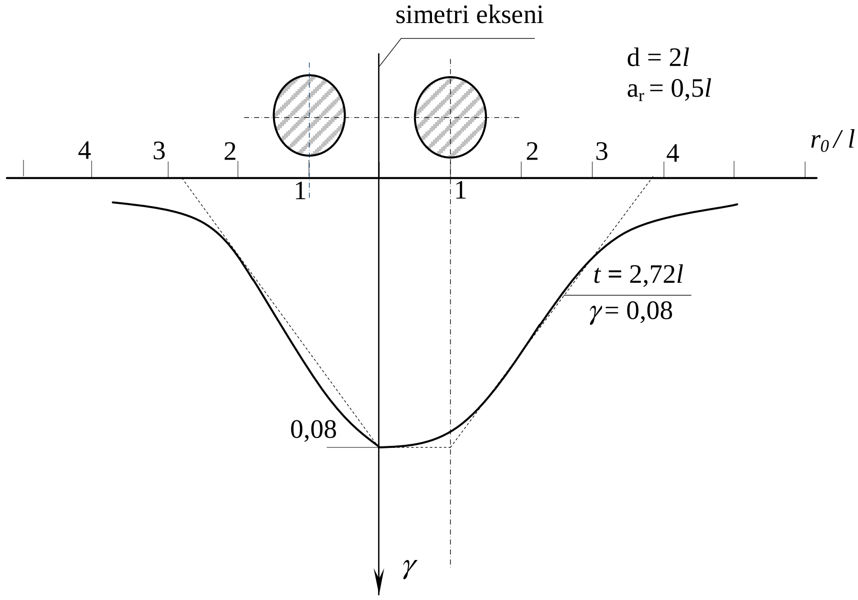
Şekil 3.23 İkiz Yük durumunda akma çizgileri ve zemin basıncının tahmini dağılımı

Tekil yük durumuna benzer biçimde, ikiz yük durumu için düşey yükler ve moment denge denklemleri yazılırsa, m+ m' ve r_0/l için aşağıdaki bağlantılar elde edilir.

$$m + m' = \frac{P}{2\pi}\left\{1 - \pi\gamma\left(\frac{r_0}{l}\right)^2\left[\left(1 - \frac{2}{3}\frac{r_0}{t}\right) + \frac{2}{\pi}\frac{d}{r_0}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{r_0}{t}\right)\right]\right\} \qquad (3.40a)$$

$$\frac{r_0}{l} = \sqrt{\frac{1 + \frac{4}{3}\frac{a_r}{d}}{2\pi\gamma\left[\left(1 - \frac{2}{3}\frac{r_0}{t}\right) + \frac{1}{\pi}\frac{d}{r_0}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{r_0}{t}\right) + \frac{2}{3}\frac{r_0}{d}\left(1 - \frac{3}{4}\frac{r_0}{t}\right)\right]}} \qquad (3.40b)$$

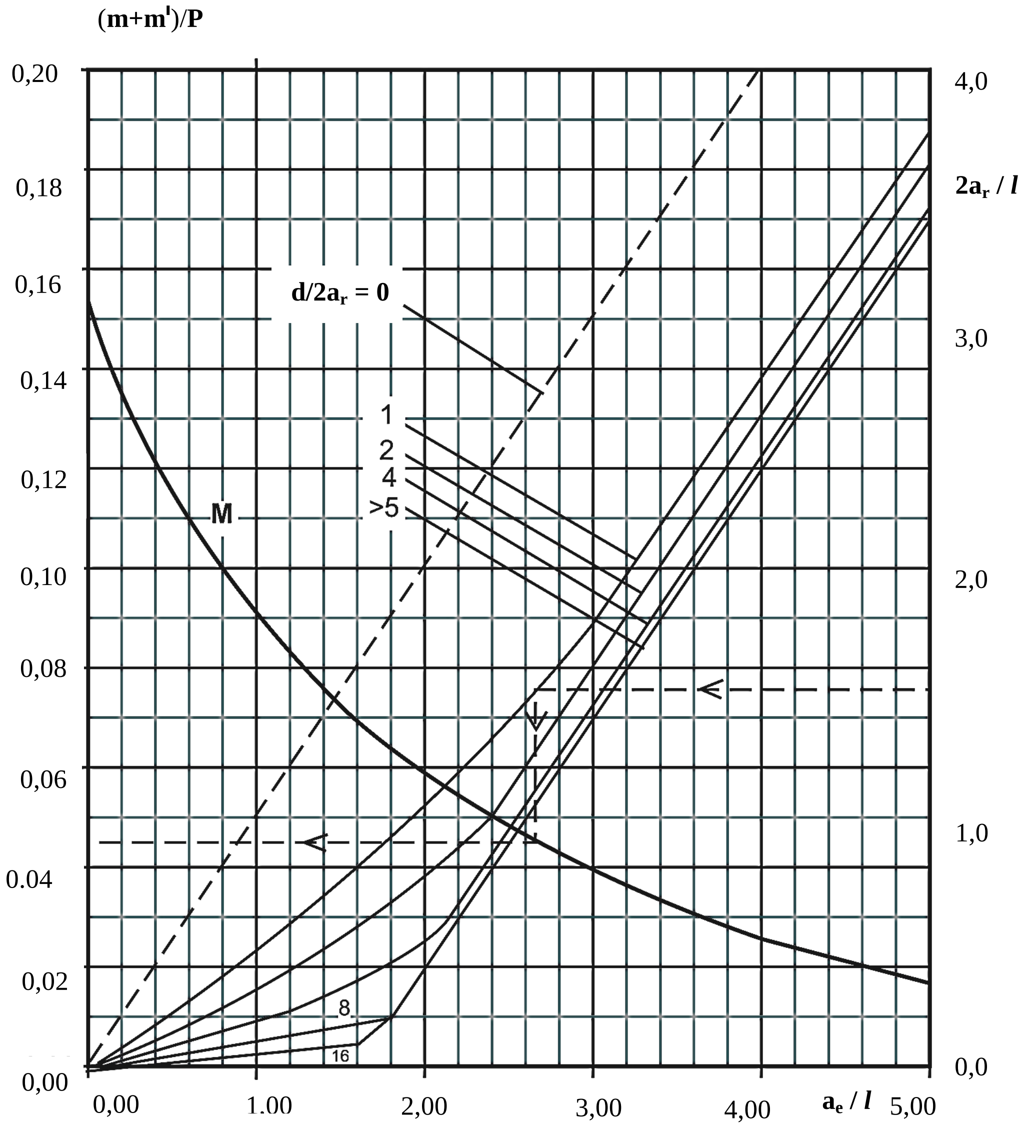
Yukarıda verilen bağlantılar kullanılarak, d=2*l* olması durumunda, a_r = 0,5*l* için elastisite teorisinden elde edilen teorik basınç dağılımı oluşturulmuştur. Basınç dağılımı çizilen eğrilerin üzerinde, aynı zamanda, *t* ve γ nın değerleri de yazılmış olup, oluşan diyagram aşağıda ve d / *l* nin değişik değerleri için γ, *t*, r_0/l ve (m+ m') / P nin sayısal değerleri bir sonraki sayfada tablo halinde verilmiştir (Tablo 3.12).



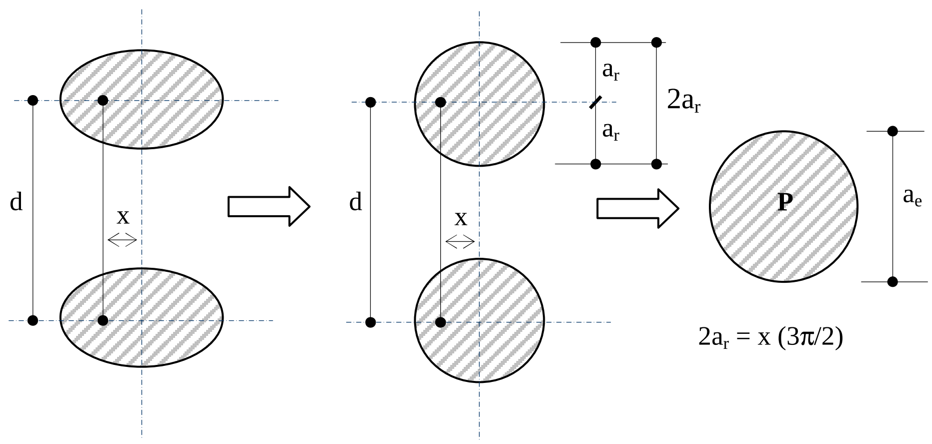
Şekil 3.24 İkiz yük durumunda oluşan basınç dağılımı diyagramı

Tablo 3.12 Plak ortasında ikiz yük durumu ve d / *l* nin değişik değerleri için γ, *t*, r_0/l ve (m+ mˡ) / P nin sayısal değerleri [8]

d / l	$a_l = a_r / l$	Zemin Basınç Dağılımı Göstergeleri		Çatlak Dağılımı r_0/l	(m+ mˡ) / P
		γ	t / l		
1,0	0	0,110	2,52	1,00	0,0910
	0,10	0,108	2,55	1,08	0,0850
	0,30	0,105	2,62	1,22	0,0737
	0,50	0,103	2,66	1,36	0,0632
1,5	0	0,097	2,58	1,08	0,0785
	0,10	0,095	2,60	1,15	0,0738
	0,30	0,093	2,65	1,28	0,0644
	0,50	0,091	2,69	1,40	0,0557
	0,70	0,089	2,75	1,52	0,0474
2,0	0	0,085	2,63	1,16	0,0699
	0,10	0,084	2,65	1,22	0,0658
	0,30	0.082	2,68	1,34	0,0579
	0,50	0,080	2,72	1,45	0,0505
	0,70	0,077	2,78	1,58	0,0438
	1,00	0,072	2,89	1,79	0,0350
2,5	0	0,075	2,67	1,23	0,0635
	0,10	0,074	2,68	1,29	0,0600
	0,30	0,073	2,71	1,39	0,0529
	0,50	0,071	2,75	1,50	0,0465
	0,70	0,068	2,82	1,63	0,0408
	1,00	0,063	2,94	1,84	0,0333



Şekil 3.25 İkiz yük durumu için (m+mˈ) / P değerlerini veren diyagram [1]



Şekil 3.26 Oval ikiz yük biçiminin, ikiz dairesel ve tek yük haline dönüştürülmesi

Üst sayfada, ikiz yükleme durumu için verilmiş olan diyagramda görülen $2a_r$ ve a_e nin ne anlama geldikleri, yine üst sayfada Şekil 3.26'da açıklamalı olarak verilmiş bulunmaktadır. Oval yük; dairesel ikiz yüke veya dairesel tek yük durumuna dönüştürülerek diyagrama giriş yapılabilir. Zemine oturan plağın kalınlığının bir ön yaklaşım olarak seçimi ve zemine ait yatak katsayısının (k) belli olması durumunda hesaplanabilen bağıl rijitlik yarıçapı *l*'nin nin elde edilmesi ile, pozitif ve negatif taşıma gücü moment değerlerinin toplamının diyagramdan seçilmesi oldukça basittir. Elde edilen moment değerlerinin, plaknin çubuk donatılı veya çelik tel donatılı olması durumuna bakılmaksızın, donatılı her tip plak için donatı miktarının seçiminde kullanılabileceği açıktır. Plaklarda çelik tel donatının kullanılmasının da söz konusu olması nedeniyle, ilerideki bölümlerde çelik tel ile donatılmış endüstriyel zemin betonlarının hesap yöntemleri açıklanacaktır.

Bu paragrafa kadar, plak ortasında tekil yük ve ikiz yük olması durumu üzerinde duruldu ve bu yükleme biçimleri için çeşitli değerler ve diyagramlar verildi. Diğer çeşitli yük durumlarının her biri için ayrıntılı olarak hesapların burada gösterilmesi ve yorumlanması mümkündür. Fakat, bu şekilde bir yolun izlenmesi; bu kitabın esas amacına ters düştüğü gibi, kitabın hacmini istenmeyen biçimde artıracak ve beklenen faydayı da sağlamayacaktır. Okuyucular tarafından daha ileri teorik bilgilere ulaşılması ve bahsi geçen konularda derinlemesine bilgi edinilmesine olanak vermek üzere; bu kitapta faydalanılan eserlerin tamamı, kaynaklar kısmına eklenmiştir.

Yukarıda sözkonusu edilen farklı yükleme durumlarında elde edilen formülasyon aşağıda tablolar halinde verilmiş ve bu durumlara ait diyagramlar, öncekiler ile beraber, ekler kısmına yerleştirilmiştir. Tüm yükleme durumları için elde edilen diyagramların kullanılması ve elde edilen sonuçların yorumlanması; yeri geldiğinde bölüm içerisinde ve esasen ana bölüm sonuna eklenen bir grup örnek üzerinde okuyucunun bilgisine sunulmuştur.

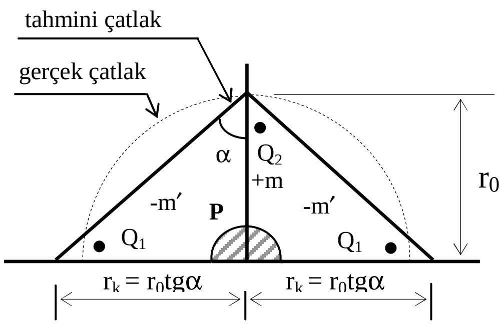
Tablo 3.13 Çeşitli yük durumları için (m+m′) ve r_0 / l formülasyonları

Elastik Zemin Durumu	
I.Durum Yük Plak Ortasında	$m + m' = \frac{P}{2\pi}\left[1 - \frac{8}{9}\frac{a_r}{r_0} - \gamma\frac{\pi}{9}\left(\frac{r_0}{t}\right)^2\right]$ $\frac{r_0}{l} = \sqrt[3]{\frac{a_r / l}{\gamma\pi\left(1 - \frac{3}{4}\frac{r_0}{t}\right)}}$
II.Durum İkiz Yük Plak Ortasında	$m + m' = \frac{P}{2\pi}\left\{1 - \pi\gamma\left(\frac{r_0}{l}\right)^2\left[\left(1 - \frac{2}{3}\frac{r_0}{t}\right) + \frac{2}{\pi}\frac{d}{r_0}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{r_0}{t}\right)\right]\right\}$ $\frac{r_0}{l} = \sqrt{\frac{1 + \frac{4}{3}\frac{a_r}{d}}{2\pi\gamma\left[\left(1 - \frac{2}{3}\frac{r_0}{t}\right) + \frac{1}{\pi}\frac{d}{r_0}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{r_0}{t}\right) + \frac{2}{3}\frac{r_0}{d}\left(1 - \frac{3}{4}\frac{r_0}{t}\right)\right]}}$
III.Durum	$m + m' = \frac{P}{4}\left[\left(1 + \frac{4}{3\pi}\frac{a_r}{r_0}\right)tg\alpha - \frac{4}{3}\gamma_k\left(\frac{r_0}{l}\right)^2\left(1 - \frac{3}{8}\frac{r_0}{t} - \frac{5}{16}\frac{r_0}{t_k}tg\alpha\right)tg^2\alpha\right]$ $m' = \frac{P}{4}\left[\left(1 - \frac{4}{3\pi}\frac{a_r}{r_0}\right)\cot g\alpha - \frac{2}{3}\gamma_k\left(\frac{r_0}{l}\right)^2\left(1 - \frac{1}{4}\frac{r_0}{t} - \frac{3}{8}\frac{r_0}{t_k}tg\alpha\right)\right]$ $\frac{r_0}{l} = \sqrt[3]{\frac{\frac{2}{\pi}a_l \cot g\alpha(1 + \cot g\alpha)}{\gamma_k\left[1 - \frac{3}{8}\frac{r_0}{t}\left(1 + \frac{t}{t_k}tg\alpha\right)\right]}}$

Tablo 3.13 (devam),

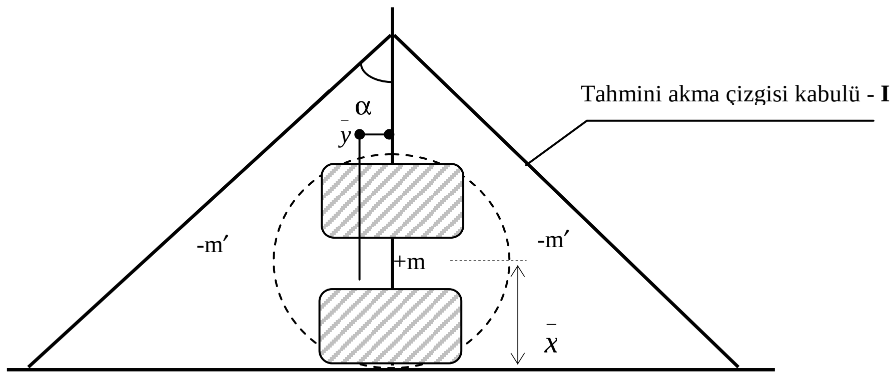
Elastik Zemin Durumu	
IV.Durum Tam Daire Yük Serbest Kenarda veya Derz Kenarında	$m+m'=\frac{P}{4}\left[\left(1+\frac{a_r}{r_0}\right)tg\alpha-\frac{4}{3}\gamma_k\left(\frac{r_0}{l}\right)^2\left(1-\frac{3}{8}\frac{r_0}{t}-\frac{5}{16}\frac{r_0}{t_k}tg\alpha\right)tg^2\alpha\right]$ $m'=\frac{P}{4}\left[\left(1-\frac{a_r}{r_0}\right)\cot g\alpha-\frac{2}{3}\gamma_k\left(\frac{r_0}{l}\right)^2\left(1-\frac{1}{4}\frac{r_0}{t}-\frac{3}{8}\frac{r_0}{t_k}tg\alpha\right)\right]$ $\frac{r_0}{l}=\sqrt[3]{\frac{\frac{3}{2}a_l\cot g\alpha\left(1+\frac{4}{3\pi}\cot g\alpha\right)}{\gamma_k\left[1-\frac{3}{8}\frac{r_0}{t}\left(1+\frac{t}{t_k}tg\alpha\right)\right]}}$
V.Durum Serbest Kenara Dik veya Serbest Kenara Paralel İkiz Yük Durumu	$m+m'=\frac{P}{4}\left[\left(1+\frac{\bar{x}}{r_0}\right)tg\alpha-\frac{4}{3}\gamma_k\left(\frac{r_0}{l}\right)^2\left(1-\frac{3}{8}\frac{r_0}{t}-\frac{5}{16}\frac{r_0}{t_k}tg\alpha\right)tg^2\alpha\right]$ $m'=\frac{P}{4}\left[\left(1-\frac{\bar{x}}{r_0}\right)\cot g\alpha-\frac{2}{3}\gamma_k\left(\frac{r_0}{l}\right)^2\left(1-\frac{1}{4}\frac{r_0}{t}-\frac{3}{8}\frac{r_0}{t_k}tg\alpha\right)\right]$ $\frac{r_0}{l}=\sqrt[3]{\frac{(3/2)\cot g\alpha\left(\frac{\bar{x}}{l}+\frac{\bar{y}}{l}\cot g\alpha\right)}{\gamma_k\left[1-\frac{3}{8}\frac{r_0}{t}\left(1+\frac{t}{t_k}tg\alpha\right)\right]}}$
VI.Durum Yük Plak Köşesinde	Yükün Köşede olması durumunda; elastik hesap yöntemini kullanmak en güvenilir çözümdür. Böylece, elastisite teorisi kullanılarak elde edilmiş formülasyon bu yük durumu için önerilmektedir.

Yukarıda tablo halinde bulunan formülasyonların oluşturulması ve anlaşılmasında yararlanılan şekiller bir bütün olarak aşağıda verilmiştir. Genel kavramların ve teorik çalışmanın bütünlüğünün anlaşılması bakımından, okuyucunun şekilleri dikkatle incelemesi ve formülasyonları irdelemesi önerilir.



$$Q_1 = m' tg\alpha$$
$$Q_2 = (m + m')\cot g\alpha$$

Şekil 3.27 Plak serbest veya derz kenarında yarım dairesel yük durumu



Şekil 3.28 Plak serbest veya moment aktarmayan derz kenarında, kenara dik biçimde yüklü ikiz tekerlek yük durumu.

Burada:

$m + m' = 0{,}125P$ ⇨ Teorik ve çok hassas hesaplar ile **I** kabulünden elde edilen,

$m + m' = 0{,}107P$ ⇨ Teorik, fakat yaklaşık hesaplar ile **I** kabulünden elde edilen,

$m + m' = 0{,}102P$ ⇨ Ortada kesik çizgiler ile tanımlanmış dairesel bölge akma çizgisi kabulüne göre elde edilen değerler olarak verilmektedir.

3.3.3 Endüstriyel Beton Plaklar için İngiliz Yönetmeliği Raporu (TR-34)

Yazarlar; okuyucunun, endüstriyel zemin betonları konusunda bilgi ve görüşlerini artırmak ve özellikle son zamanlarda artan Avrupa Birliği' ne uyum süreci döneminde, Avrupa'daki en son araştırmaların ve yönetmeliklerin kitapta yer almasına çalışmışlardır. Üst paragraflarda elde edilen ve tablolaştırılmak suretiyle kullanımı kolay hale getirilen sonuçların, başka bir açıdan ve kolay bir yöntem kullanılarak sağlamasının yapılması bu sayede mümkün olabilecektir. Diğer bir bakış açısıyla, aşağıda verilecek rapor bilgileri kullanılarak bir dereceye kadar ön tasarım sırasında yeterince güvenli sonuçlar alınabilir ve bu sonuçlardan, esas tasarım ve yapısal çözümleme aşamasında faydalanılabilir.

Son baskısı 2000 de piyasaya çıkan, İngiltere' de olduğu gibi son zamanlarda Avrupa' nın birçok ülkesinde, sözkonusu plakların tasarım, uygulama ve yönetiminde kullanılan Teknik Rapor 34 te yer alan plak teorik bilgileri, Meyerhof'un konuyla ilgili yayınları esas alınarak düzenlenmiştir. Kenardan uzaktaki yükler için Denklemler 3.41a ve 3.41b ile serbest kenar yükleri için Denklemler 3.42a ve 3.42b Meyerhof tarafından önerilmiştir. Meyerhof tarafından $a_r / l < 2$ durumu için herhangi bir bağıntı verilmemiş, ancak a_r / l'nin 0 ve 0,2 arasındaki değerlerinin enterpolasyonuyla bulunan sonuçlarıyla deney sonuçlarının yeterince uyumlu olduğu çeşitli yayınlarda gösterilmiştir. Bu yayında kullanılan terimler, önceki paragraflarda verilmiş olan ve kitapta genel olarak kullanılan terimlere dönüştürülmek suretiyle düzenlenmiştir.

<u>Kenardan uzak (zemin betonunun ortası) yükler için:</u>

$a_r/l = 0$ durumunda $$P = 2\pi(m + m') \quad (3.41a)$$

$a_r/l > 0,2$ durumunda $$P = 4\pi(m + m') / \left[1 - \frac{a_r}{3l}\right] \quad (3.41b)$$

<u>Kenar yükler için:</u>

$a_r/l = 0$ durumunda $$P = \left[\pi(m + m')/2\right] + 2m' \quad (3.42a)$$

$a_r/l > 0,2$ durumunda $$P = \left[\pi(m + m') + 4m'\right] / \left[1 - \frac{2a_r}{3l}\right] \quad (3.42b)$$

<u>Köşe yükler için</u>:

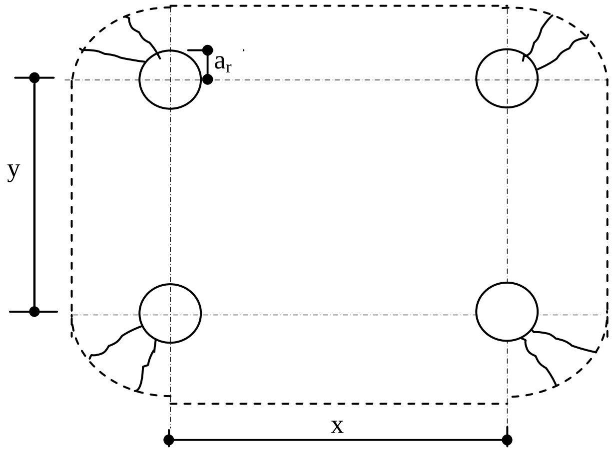
$a_r/l = 0$ durumunda $$P = 2m' \quad (3.43a)$$

$a_r/l > 0,2$ durumunda $$P = 4m' / \left[1 - \frac{a_r}{l}\right] \quad (3.43b)$$

Yukarıdaki verilen denklemler taşıma gücü sınır durumu için geçerlidir. Bu nedenle sözkonusu bağıntıların sadece negatif ve pozitif taşıma gücü eğilme momentlerinin elde edildiği formülasyon olarak akılda tutmak gereklidir. Sözü geçen momentlerin bilinmesi durumunda, taşıma gücü yükünün rahatlıkla elde edilebileceği açıktır. Kesme kuvvetinin bir fonksiyonu olan ve gevrek türden oluştuğu için, plağın plastikleşme sınırına ulaşmadan meydana gelen zımbalama göçmesi durumunda; doğrusal olmayan yöntemle elde edilen momentlerin yukarıdaki bağıntılarda kullanılmasıyla ortaya çıkan göçme yükünün belirgin biçimde güvensiz tarafta kalabileceğinin unutulmaması gerekir [2].

3.3.4 Çoklu Tekil Yükler

Şekil 3.29'da gösterilen yükleme durumları için aşağıdaki bağıntılar kullanılır.



Şekil 3.29 Dörtlü tekil yükler için akma çizgileri

Çift tekil yükler için

Yükler arası x mesafesi: $2h_f$ (plak kalınlığının iki katı) ten az ise, Paragraf 3.1.1.2'de verilen basitleştirilmiş yükler kullanılır. Aksi durumda, toplam göçme yükü aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$a_r/l = 0$ durumunda $$P = [2\pi + (1{,}8x/l)][m + m'] \quad (3.44a)$$

$a_r/l > 0{,}2$ durumunda $$P = \left[\frac{4\pi}{1-(a_r/3l)} + \frac{1{,}8x}{l-(a_r/2)}\right][m+m'] \quad (3.44b)$$

Çift yüklerin arasındaki mesafe arttıkça toplam göçme yükü, 3.41a ve 3.41b denklemleri ile elde edilen göçme yüklerinin toplamına yaklaşır [2].

Dörtlü tekil yükler için

Göçme yükü; her bir tekil yükün göçme kuvvetlerinin toplamı olarak (3.41a ve 3.41b denklemleri ile verilen) veya çift yüklerin göçme yüklerinin toplamı olarak ya da aşağıdaki bağıntılarla bulunabilir ve bu üç hesap sonunda en küçük değer kullanılır.

$a_r/l = 0$ durumunda $$P = \left[2\pi + \frac{1{,}8(x+y)}{l}\right][m + m'] \quad (3.45a)$$

$a_r/l > 0.2$ durumunda $$P = \left[\frac{4\pi}{1-(a_r/3l)} + \frac{1{,}8(x+y)}{l-(a_r/2)}\right][m+m'] \quad (3.45b)$$

Zemine oturan plakların kenarlarına etkiyen tekil yükler için Meyerhof (bu yük durumunun bağıntısı kendisi tarafından açık biçimde ifade edilmemiş olmasına rağmen) şu yöntemi önermiştir [2]: Plak kenarına etkiyen tek bir yük için olabilecek en büyük değer, plak kenarından uzaktaki bir yüklemede elde edilenin yaklaşık yarısıdır. Bu azaltma; çoklu tekil yükler için de iyi bir yaklaşım olarak uygulanabilir. Yani 3.44 ve 3.45 denklemleri ile elde edilen yük değerleri, kenar yüklemesi durumunda 0.5 katsayısıyla çarpılarak kullanılabilir.

3.3.5 Çizgisel Yükler

Hetenyi'nin çalışmalarına dayanan elastik analiz yöntemleri burada düzenlenerek verilecektir. Bu analizde güvenlik katsayısı genel olarak 1,5 alınmaktadır. Zemine oturan plaklardaki momentleri belirlemek için λ katsayısı hesaplanır [2,7,10];

$$\lambda = \left(\frac{3k}{E_{cm} h_f^{\ 3}} \right)^{3/4} \tag{3.46}$$

Bilindiği gibi burada:
k : Yatak katsayısı
E_{cm} : Betonun sekant elastisite modülü
λ :Sistemin karakteristiği olarak tanımlanır.
($1/\lambda$) terimi ise "***karakteristik boy***" olarak isimlendirilir.

Çizgisel yük momentleri

Çizgisel bir yük sonucu plakta oluşan eğilme momenti Şekil 3.30'da gösterilmektedir. Bu şekilde m9 = 0,21m dir [2,7,10].

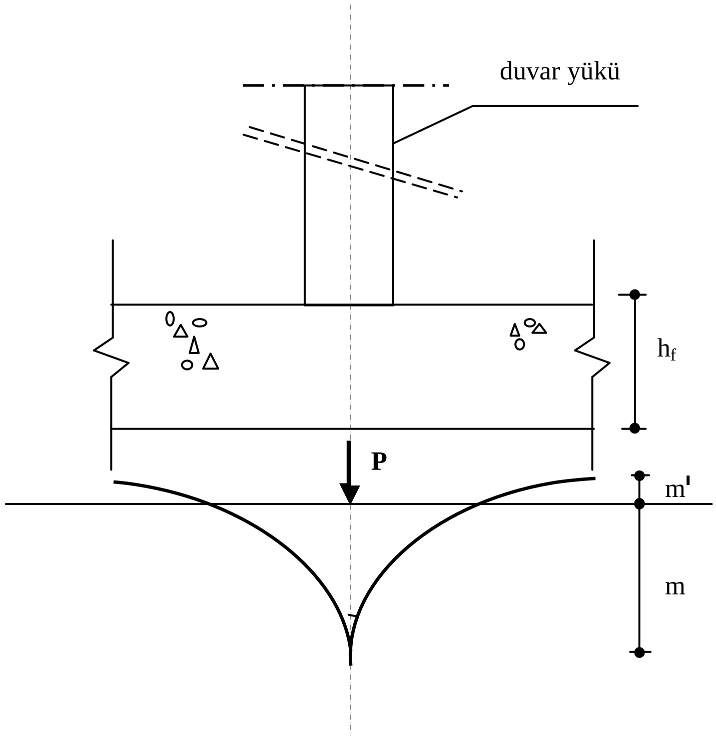
Plak birim uzunluğu başına düşen yük kapasiteleri şu bağıntılarla hesaplanabilir:

$$P_{lin,p} = 4\lambda m \tag{3.47}$$

$$P_{lin,n} = 19\lambda m' \tag{3.48}$$

Burada;
$P_{lin,p}$: Pozitif eğilme momentiyle kontrol edilen çizgisel taşıma gücü yük kapasitesi,
$P_{lin,n}$: Negatif eğilme momentiyle kontrol edilen çizgisel taşıma gücü yük kapasitesidir.

Yukarıdaki bağıntılar, eğilme momentinin elastik dağılımına dayandığı için m ve m' : çatlama momentleri ([2] - Denklem 9.6) olarak alınmalıdır. Çelik tel donatılı beton için bu durumda kalan moment ([2] - Denklem 9.8) kullanılmamalıdır.

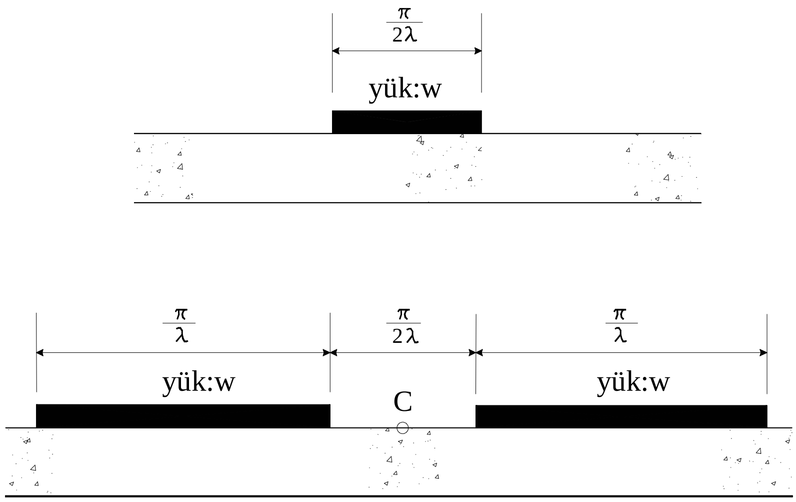


Şekil 3.30 Çizgisel yük için Hetenyi denklemlerinin kullanımı

3.3.6 Düzgün Yayılı Yükler

Rastgele düzgün yayılı yük etkisinde, zemine oturan bir plakta en büyük pozitif moment, yük ($\pi/2\lambda$) genişlikte iken oluşmaktadır (Şekil 3.31). Örneğin plak kalınlığı h=175 mm, E_{cm}=33 kN/mm^2 ve k=0,05 N/mm^3 iken, ($\pi/2\lambda$) = 1,64 m. genişlikteki bir yükleme, en büyük pozitif eğilme momentine sebep olur.

Şekil 3.31'de gösterildiği gibi en büyük negatif moment herbiri π/λ genişliğinde ve $\pi/2\lambda$ aralıklı iki yükleme olması durumunda oluşmaktadır. Yükler arasındaki bu mesafe kritik koridor genişliği olarak bilinir. İki yük arasındaki bu mesafenin, daha dar veya daha geniş olması durumunda daha küçük eğilme momentleri oluşmaktadır. Bu durum ise rötre ve sıcaklık değişimleri sonucu oluşan çekme gerilmelerini etkiler. Detaylı hesaplamaların olmaması durumunda, bu gerilmeler 1,5 N/mm^2 olarak yeter yaklaşıklıkla kabul edilebilir. Sözkonusu gerilme değeri, elastik hesap sonucu elde edilen negatif momentin saptanmasında kulllanılan bağıntıdan çıkartılmaktadır. Ağır malzemelerin istiflendiği zemin plaklarında koridor genişlikleri genellikle kritik değildir ve tasarım gerçek koridor boyutlarına ve yüke göre yapılabilmektedir [2].



Şekil 3.31 Düzgün yayılı yük için yükleme durumları. En büyük pozitif moment oluşmasına neden olan yük genişliği: $\pi / 2\lambda$ (üstteki çizim), en büyük negatif momentin oluşmasına neden olan genişlikler: π / λ (alttaki çizim).

Birim alana düşen yük kapasitesi w: Aşağıdaki bağıntılardan küçüğü esas alınarak hesaplanmalıdır.

$$w = 6{,}21\lambda^2 m \tag{3.49}$$

veya

$$w = 5{,}95\lambda^2 m' \tag{3.50}$$

Çizgisel yüklerde olduğu gibi yukarıdaki hesaplamalar da eğilme momentinin elastik dağılımına dayandığı için, m ve m9 momentleri, çatlama momentleri olarak alınmalıdır. Çelik tel donatılı betonlarda kalan moment kullanılmamalıdır. Burada hatırlatılmasında fayda görülen bir husus, koridor ortasında derz oluşturulmasındaki sakıncadır. Aynı sakınca, yine koridor ortasında veya orta aksın biraz dışında döşenen tesisat hatlarının mevcudiyetinde de yaşanmaktadır. Bu durumda; tesisat hatlarının yerleştirildiği doğrultu çoğu zaman, teorik maksimum momentin bulunduğu orta akstan daha kritik olmakta ve plak kapasitesi bu noktada daha az değerler vermektedir.

Yükleme pozisyonu iyi belirlenirse Şekil 3.32a’ da gösterilen $2a_r$ genişliğindeki bir yük sonucu oluşan pozitif eğilme momenti aşağıdaki bağıntıyla verilebilir [11]:

$$m = \frac{w}{2\lambda^2}\left(B_{\lambda a_r}\right) \tag{3.51}$$

Burada;

$B_{\lambda a_r}$: $e^{-\lambda a_r} \sin \lambda a_r$

e :2,7182 üstteki denklemde yerine yerleştirilirse:

$$w = \frac{2}{B_{\lambda a_r}}(\lambda^2 m) \tag{3.52}$$

elde edilir.

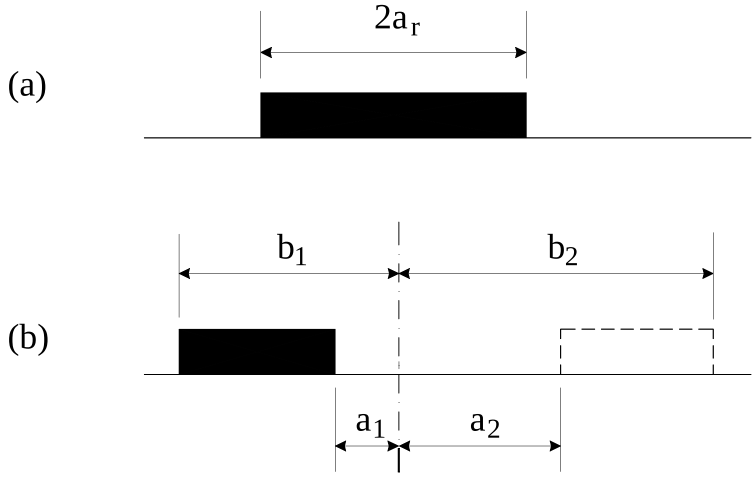
Şekil 3.32b'de görüldüğü gibi, yüklü alanın yakın kenarından a_1 mesafede, yükün uzak kenarından b_1 mesafede oluşan m'_{n1} negatif momenti aşağıdaki bağıntıyla verilebilir [2]:

$$m'_1 = \frac{1}{4\lambda^2}\left(B_{\lambda a_1} - B_{\lambda b_1}\right) w \tag{3.53}$$

Burada;

$B_{\lambda a_1} = e^{-\lambda a_1} \sin \lambda a_1$

$B_{\lambda b_1} = e^{-\lambda b_1} \sin \lambda b_1$ olarak tanımlanmaktadır



Şekil 3.32 Düzgün yayılı yükler için tanımlanmış alanlar

Yine aynı şekilde görüldüğü gibi, ilk yüke yakın ikinci bir yük olması durumunda ilave eğilme momenti $m9_2$, yine Denklem 3.53 ile belirlenebilir. Ancak, yükün durumuna göre a ve b değerlerinin değiştirilmesi gerektiği açıktır. w değeri ise: (m'_1 + m'_2)'nin en büyük değerinin beton kapasitesi m' 'ye eşitlenmesi ile bulunabilir.

Paragraf 3.3.6'da belirtildiği gibi; bu tür bir yükleme durumunda, farklı rötre ve sıcaklık değişimleri büyük çekme gerilmelerine neden olabilir. Detaylı hesaplamaların bulunmaması durumunda bu gerilmelerin: 1,5 N/mm^2 değerine eşit olarak alınabileceği söz konusu paragrafta belirtilmişti. Düzgün yayılı yükler için yukarıda verilen ifadelerin basitleştirilmesi ve kritik negatif moment ve gerilme değerlerinin elde edilmesi mümkündür. Bu, hem kısa yoldan hesap yapması gereken mühendisin rahat kullanabileceği şekilde tablo oluşturulmasına ve hem de konunun daha anlaşılır hale gelmesine imkan verecektir.

Şekil 3.31'de mesafeler için aşağıdaki gibi bir değiştirme yapalım.

$$\frac{\pi}{2\lambda} = 2a \quad \text{ve} \quad \frac{5\pi}{2\lambda} = 2b \tag{3.54}$$

Bu durumda; koridorun tam ortasında kritik bir negatif moment oluşur. Bu moment;

$$m_c^{'} = -\frac{w}{2\lambda^2}\left[e^{-\lambda a}\sin(\lambda a) - e^{-\lambda b}\sin(\lambda b)\right] \tag{3.55}$$

şeklinde kolayca yazılabilir. Kritik momentin maksimum olması durumu: b=5a yani

$$a = \pi/4\lambda \quad \text{ve} \quad b = 5\pi/4\lambda \tag{3.56}$$

şartıyla gerçekleşir. Böylece elde edilen kritik moment ve bu momente karşı gelen gerilme değeri aşağıda olduğu gibi hesaplanabilir (1,0 m genişlik için).

$$m_c^{'}(maks.) = -0{,}168w\sqrt{\frac{Eh_f^3}{3k}} \tag{3.57}$$

$$\sigma_k = \frac{6m'}{h_f^2}$$

(3.58)

$$\sigma_k = \frac{0{,}001008w}{h_f^2}\sqrt{\frac{Eh_f^3}{3k}} \quad \text{[MPa]}$$

Burada; $\lambda = \sqrt[4]{\frac{3k}{Eh_f^3}}$ olarak alınmalıdır.

Sonraki sayfada verilen tabloda (Tablo 3.14); w = 100 kPa ve E = 30000 MPa için kritik ve diğer koridor genişlikleri ile gerilmeler bulunmaktadır. Düzgün yayılı yük miktarının farklı değerleri için tabloda bulunan değerler, $w_{gerçek}/w_{100}$ değeriyle çarpılarak kullanılmalıdır. Yani; gerçek yük 50 kPa ise, tablodan bulunan değerler 0,5 ile çarpılacaktır.

Tablo 3.14 Düzgün yayılı 100 kPa (100 kN/m^2) yük için gerilme değerleri [9]

h_f (mm)	k (N/mm^3)	Kritik Koridor genişliği (m)	Maks. Gerilme (MPa)	Koridor genişliklerinin diğer değerleri için gerilmeler (m)									
				1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
120	0,02	1,51	6,51	6,52	6,18	5,37	4,36	3,33	2,40	1,63	1,03	0,59	0,30
	0,03	1,37	5,31	5,29	4,80	3,95	3,02	2,14	1,41	0,86	0,46	0,21	0,07
	0,04	1,27	4,60	4,53	3,96	3,12	2,26	1,51	0,92	0,50	0,23	0,08	0,01
	0,06	1,15	3,76	3,59	2,95	2,17	1,44	0,86	0,45	0,19	0,06	0,01	0,00
	0,08	1,07	3,25	3,01	2,36	1,63	1,00	0,54	0,24	0,08	0,01	0,00	0,02
	0,10	1,01	2,91	2,61	1,96	1,28	0,74	0,36	0,14	0,03	0,00	0,01	0,04
140	0,02	1,70	6,02	5,98	5,93	5,42	4,66	3,81	2,97	2,21	1,57	1,05	0,66
	0,03	1,54	4,92	4,92	4,70	4,11	3,36	2,59	1,89	1,30	0,83	0,49	0,26
	0,04	1,43	4,26	4,26	3,94	3,33	2,61	1,92	1,32	0,84	0,49	0,25	0,11
	0,06	1,29	3,48	3,43	3,02	2,41	1,76	1,19	0,74	0,41	0,20	0,07	0,01
	0,08	1,20	3,01	2,92	2,47	1,87	1,29	0,81	0,46	0,22	0,08	0,02	0,00
	0,10	1,14	2,69	2,56	2,09	1,52	1,00	0,59	0,30	0,12	0,03	0,00	0,01
160	0,02	1,88	5,63	5,49	5,63	5,34	4,78	4,10	3,37	2,67	2,04	1,49	1,04
	0,03	1,70	4,60	4,57	4,53	4,14	3,55	2,90	2,26	1,68	1,19	0,80	0,50
	0,04	1,58	3,98	3,98	3,85	3,41	2,83	2,22	1,65	1,16	0,77	0,47	0,26
	0,06	1,43	3,25	3,25	3,01	2,54	1,99	1,46	1,00	0,64	0,37	0,19	0,08
	0,08	1,33	2,82	2,80	2,50	2,02	1,51	1,05	0,67	0,39	0,20	0,08	0,02
	0,10	1,26	2,52	2,47	2,15	1,68	1,20	0,79	0,47	0,25	0,11	0,03	0,00
180	0,02	2,05	5,31	5,06	5,32	5,19	4,80	4,26	3,64	3,02	2,42	1,88	1,41
	0,03	1,85	4,34	4,24	4,33	4,09	3,64	3,10	2,54	2,00	1,51	1,09	0,76
	0,04	1,73	3,76	3,72	3,71	3,41	2,95	2,43	1,91	1,44	1,03	0,70	0,45
	0,06	1,56	3,07	3,07	2,95	2,60	2,14	1,67	1,23	0,86	0,56	0,34	0,18
	0,08	1,45	2,66	2,66	2,48	2,11	1,67	1,24	0,86	0,56	0,33	0,18	0,08
	0,10	1,37	2,38	2,37	2,15	1,77	1,36	0,97	0,64	0,39	0,21	0,10	0,03
200	0,02	2,22	5,04	4,68	5,02	5,00	4,74	4,32	3,81	3,27	2,72	2,21	1,74
	0,03	2,01	4,11	3,94	4,12	3,99	3,67	3,22	2,73	2,24	1,78	1,36	1,01
	0,04	1,87	3,56	3,48	3,56	3,37	3,01	2,57	2,11	1,67	1,27	0,92	0,64
	0,06	1,69	2,91	2,89	2,86	2,61	2,23	1,82	1,41	1,05	0,74	0,49	0,30
	0,08	1,57	2,52	2,52	2,43	2,15	1,78	1,39	1,03	0,72	0,47	0,29	0,16
	0,10	1,49	2,25	2,26	2,12	1,83	1,47	1,11	0,79	0,52	0,32	0,18	0,09
220	0,02	2,39	4,80	4,34	4,73	4,81	4,65	4,33	3,91	3,44	2,95	2,47	2,03
	0,03	2,16	3,92	3,68	3,92	3,88	3,64	3,23	2,87	2,43	2,00	1,59	1,24
	0,04	2,01	3,40	3,26	3,40	3,30	3,03	2,66	2,26	1,85	1,47	1,12	0,83
	0,06	1,81	2,77	2,72	2,76	2,59	2,29	1,93	1,56	1,21	0,90	0,64	0,43
	0,08	1,69	2,40	2,39	2,36	2,15	1,84	1,50	1,17	0,86	0,61	0,40	0,25
	0,10	1,60	2,15	2,15	2,08	1,85	1,54	1,22	0,91	0,65	0,43	0,27	0,15
240	0,02	2,55	4,60	4,04	4,47	4,61	4,53	4,30	3,96	3,55	3,12	2,69	2,26
	0,03	2,30	3,76	3,44	3,72	3,75	3,59	3,31	2,95	2,56	2,17	1,79	1,44
	0,04	2,14	3,25	3,06	3,25	3,21	3,01	2,71	2,36	1,99	1,63	1,30	1,00
	0,06	1,94	2,66	2,57	2,66	2,55	2,31	2,00	1,67	1,34	1,04	0,78	0,56
	0,08	1,80	2,30	2,26	2,29	2,14	1,88	1,58	1,28	0,99	0,73	0,52	0,35
	0,10	1,70	2,06	2,04	2,03	1,85	1,60	1,30	1,02	0,76	0,54	0,36	0,23