BÜYÜK HACİMLİ DENİZ YAPILARINA TESİR EDEN DALGA KUVVETLERİNİN HESABINDA SINIR ELEMANLARI METODUNUN STABİLİTE PROBLEMİ

ABU JARAD T. ve YÜKSEL Y.
Yıldız Teknık Üniversitesi İnşaat Fak
80750 Yıldız İstanbul

ÖZET: Bu araştırmada son yıllarda uygulamada sıkça karşılaşılan deniz altına inşa edilen büyük hacimli yapılara tesir eden dalga kuvvetlerinin , sınır elemanaları metodu ile hesabı ele alınmış ve bu metodun stabilitesi araştırılmıştır.Elde edilen stabilite grafiklerinden en uygun sınır eleman sayısı belirlenmiştir.

1-PROBLEMİN TANIMI VE TEORİ

Dünyada kıyı ve açık deniz faaliyetleri gelişen teknoloji ile birlikte hızla büyümüş , bununla birlikte çözülmesini gerektiren birçok problemide beraberinde getirmiştir.Belli başlı açık deniz yapıları olarak petrol platformları , denizaltı depolama tankları , tanker yükleme platformları , kazıklar sıralanabilir.Uzun bir kıyı şeridine sahip olan Türkiye'de de denize yönelik çalışmalar artmakta ve böylece deniz yapılarıda her geçen gün çeşitlenerek artmaktadır.

Deniz yapılarının karekteristik boyutları örneğin boru hatlarının çapları dalga boyu ile karşılaştırıldığında 0.2 katından daha büyük ise , bu tıp yapılar büyük hacimli yapılar olarak isimlendirilir ve lineer difraksiyon teorisi uygulanarak bu yapılara tesir eden dalga kuvvetleri belirlenebilir.Bu konu ile ilgili tabana oturmuş yarım ve tam silindirik örnek yapılar dikkate alınarak Bird ve Shepherd(1982) , Narayanan(1986) ve Yüksel(1993) tarafından sınır elemanları metodu kullanılarak nümerik çözümler gerçekleştirilmiştir.

Sınır elemanları metodunun bu problemdeki en önemli avantajı fiziksel çözüm alanını kullanmak yerine fiziksel çözüm alanının sınırlarını kullanılmasıdır , böylece istenmeyen çok fazla sayıdaki hesaplamadan kaçınılabilmektedir.Problem sıkışamaz ve çevrintisiz akım yaklaşımları ile iki boyutlu olarak formulüze edilebilmektedir.Şekil.1 de görüldüğü gibi herhangi bir enkesite sahip bir cisime , sabit derinlikte dalgaların tesiri dikkate alınacaktır , yaklaşan dalganın küçük genlikli olduğu ve lineer dalga difraksiyonu yaklaşımı ile kinematiğinin belirlenebileceği düşünülecektir.

Yaklaşan lineer dalganın hız potansiyeli kompleks formda ;

$$\phi_0 = \frac{igH}{2\omega}\frac{\cosh kd}{\sinh kd}e^{i(kx-\omega t)} \tag{1}$$

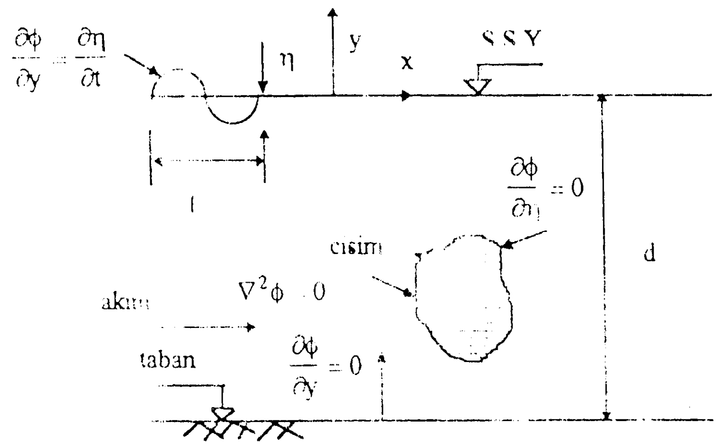
ile ifade edilmektedir.Lineerleştirilmiş harmonik hız potansiyelinin gerçek kısmı ;

$$\Phi(x,y,t) = \mathrm{Re}\left[\phi(x,y)e^{-i\omega t}\right] \tag{2}$$

şeklinde yazılır , burada $\phi(x,y)$ uzamsal hız potansiyeli ,$\omega(=2\pi/T)$ yaklaşan dalganın açısal frekansı T ise peryodu dur. Uzamsal hız potansiyeli $\phi(x,y)$ iki boyutlu akım alanının Laplace denklemini akımın her noktasında sağlamalıdır;

$$\nabla^2\phi(x,y)=0 \tag{3}$$

Şekil.1 den de görüldüğü gibi akım alanı y=-d de geçirimsiz taban ,ortalama serbest yüzey, cisim yüzeyi ve radyasyon şartının dikkate alınarak cisim den belli uzaklıktaki sınırlarla sınırlandırılmıştır.



Şekil.1 Problemin şematik tasviri.

Serbest yüzey şartı ;

$$\frac{\partial\phi}{\partial y}(x,0)-\frac{\omega^2}{g}\phi(x,0)=0 \tag{4}$$

burada ω frekansı , d su derinliğini ve $k=2\pi/L$ dalga numarasını göstermektedir. L dalga boyu dispersiyon bağıntısından hesaplanabilmektedir. Deniz tabanı sınır şartı ;

$$\frac{\partial\phi}{\partial y}(x,-d)=0 \tag{5}$$

dır , benzer şekilde cisim üzerinde normali doğrultusundaki hız sıfır olacağından

$$S(x,y)=0 \text{ için } \quad \frac{\partial\phi}{\partial n}=0 \tag{6}$$

olacaktır , burada S(x,y)=0 cisim yüzeyidir. Problemin lineer teori dikkate alınarak ortaya konduğu düşünülürse , $\phi(x,y)$, hız potansiyeli yaklaşan dalga ile cismin yüzeyinden yansıyan dalganın hız potansiyellerinin toplamı şeklinde ifade edilebilir ;

$$\phi(x,y)= \phi_0(x,y) + \phi_d(x,y) \tag{7}$$

burada $\phi_d(x,y)$ difraksiyon hız potansiyeli ve $\phi_0(x,y)$ yaklaşan dalganın hız potansiyeli olarak adlandırılır. Yaklaşan dalganın hız potansiyeli kompleks formda aşağıdaki gibi yazılır ;

$$\phi_0(x,y) = -\frac{iga_0}{\omega}\frac{\cosh k(d+y)}{\sinh dk}e^{ikx} \tag{8}$$

burada a_0 dalga genliği ve d suderinliğidir. Burada gerek $\phi_0(x,y)$ gerekse $\phi_d(x,y)$ herikiside kompleks fonksiyonlardır

2-PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

-Problemın Ayrıklaştırılması

Şekil.2 de görüldüğü gibi Ω_1 iç alt alanı ile , Ω_2' ve Ω_2'' , dış alt alanları Γ_3' ve Γ_5' düşey sınırlarla ayrılmıştır Dış alt alanlar sonsuza uzanmaktadır.Bu alt alanlara ayrılan problem bir sınır değer problemi şeklinde aşağıdaki gibi ifde edilirse ;

Ω_1 alt alanında ,

Ω_1 için $$\frac{\partial^2\phi_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi_1}{\partial y^2}=0 \tag{9}$$

Γ_1 için $$\frac{\partial\phi_1}{\partial n}(x,y)=0 \tag{10}$$

Γ_2 ve Γ_6 için $$\frac{\partial\phi_1}{\partial y}(x,-d)=0 \tag{11}$$

Γ_4 için $$\frac{\partial\phi_1}{\partial y}-\frac{\omega^2}{g}\phi_1=0 \tag{12}$$

Ω_2 alt alanında

Ω_2 için $$\frac{\partial^2\phi_2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi_2}{\partial y^2}=0 \tag{13}$$

S_1 için $$\frac{\partial\phi_2}{\partial y}-\frac{\omega^2}{g}\phi_2=0 \tag{14}$$

S_4 için $$\frac{\partial\phi_2}{\partial y}(x,-d)=0 \tag{15}$$

$+\infty$ için $\quad \dfrac{\partial \phi_2^{+}}{\partial n} - ik\phi_2^{+} = 0 \quad (16)$

$-\infty$ için $\quad -\dfrac{\partial \phi_2^{-}}{\partial n} - ik\phi_2^{-} = 0 \quad (17)$

Γ_3 ve Γ_5 sınırları boyunca süreklilik şartından

$$\phi_1 = \phi_2 \quad (18)$$

ve

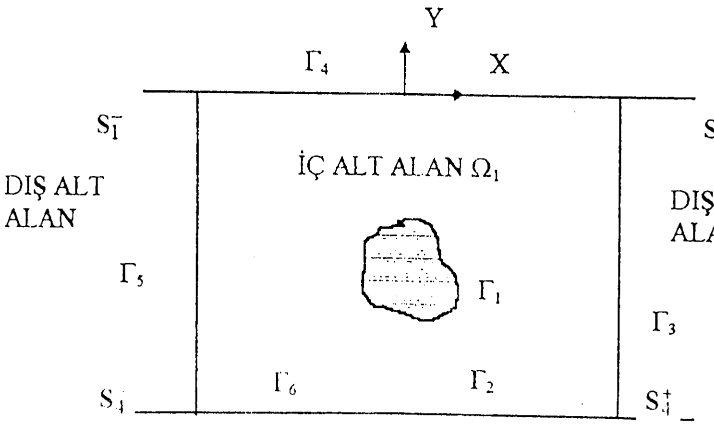
$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \quad (19)$$

dir.

Ω_1 iç alt alanında ve Ω_2 dış alt alanında ϕ_d difraksiyon potansiyeli sınır şartlarını ve Laplace denklemini sağlayacak analitik bir fonksiyonun serisiyle ifade edilir. Bu Wehausen ve Laitone (1960) tarafından bilinmiyenlerin sayısına eşit γ_I katsayıları ile verilen ψ_I eigen fonksiyon denklem takımı ile verilir.Böylece ϕ_d difraksiyon potansiyeli aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\phi_d^{(\pm)} = \sum_{i=0}^{n-1} \gamma_i \,^{\pm}\psi_i \quad (20)$$

Bu şekilde problemin tanımı için gereken akım alanı , kinematik , dinamik sınır şartları belirlenmiş olmaktadır.



Şekil.2-Çözüm alanının alt elemanlara ayrılması.

-Problemin Çözüm Algoritması

Problemin çözümünde sınır elemanları metodu kullanılmaktadır , dolayısıyla (Γ) toplam sınırı göstermek üzere ;

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4 + \Gamma_5 + \Gamma_6 \quad (21)$$

yazılır ve potansiyel akım problemi için temel bağıntı

$$\frac{1}{2}\phi_i + \int_\Gamma \phi q^* d\Gamma = \int_\Gamma \phi^* q d\Gamma \tag{22}$$

şeklinde ifade edilir , burada $q = \frac{\partial\phi}{\partial n}$ ve $q^* = \frac{\partial\phi^*}{\partial n}$ normal türevlerdir.Şimdi eğer (22) dekleminde sınır üzerindeki i noktasında ϕ_d bilinmiyen fonksiyonu için integral denklemi yazılırsa;

$$\frac{1}{2}\phi_i + \int_{\Gamma_1+\Gamma_2} \frac{\partial U^*}{\partial n}\phi_d d\Gamma + \int_{\Gamma_3} (\phi_d{}^* \frac{\partial U^*}{\partial n} - U^* \frac{\partial \phi^*_d}{\partial n}) d\Gamma +$$

$$\int_{\Gamma_4} \phi_d (\frac{\partial U^*}{\partial n} - \frac{\omega}{g} U^*) d\Gamma + \int_{\Gamma_5} (\phi_d{}^- \frac{\partial U^*}{\partial n} - U^* \frac{\partial \phi_d{}^-}{\partial n}) d\Gamma +$$

$$\int_{\Gamma_6} \frac{\partial U^*}{\partial n}\phi_d d\Gamma = \int_{\Gamma_1} U^* \frac{\partial \phi_d}{\partial n} d\Gamma \tag{23}$$

Bu ifadenin çözümü bilinmiyen ϕ_d difraksiyon hız potansiyelini verir ,çünkü yaklaşan dalganın hız potansiyeli bilinmektedir , bu şekilde toplam uzamsal potansiyel elde edildiğinde cisim üzerindeki dinamik basınç lineerleştirilmiş Bernoulli dekleminden elde edilir.Buna göre;

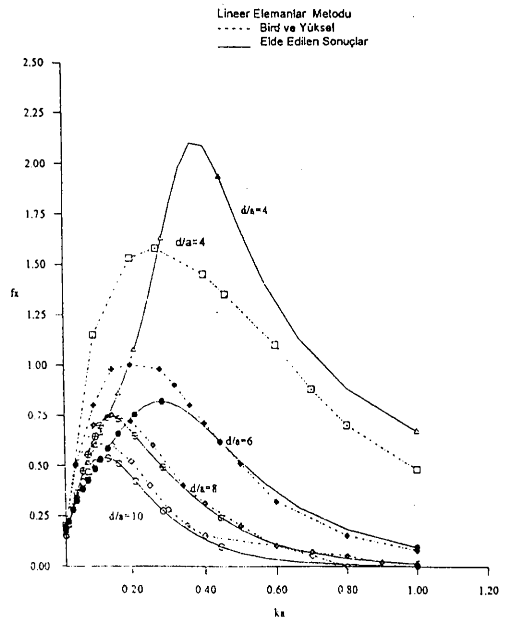
$$p(x,y,t) = -\rho\frac{\partial\Phi}{\partial t} = \rho\omega R_e\left[i\phi(x,y)e^{i\omega t}\right] \tag{24}$$

$$F_x = \int_{\Gamma_j} p(x,y,t)dy \tag{25}$$

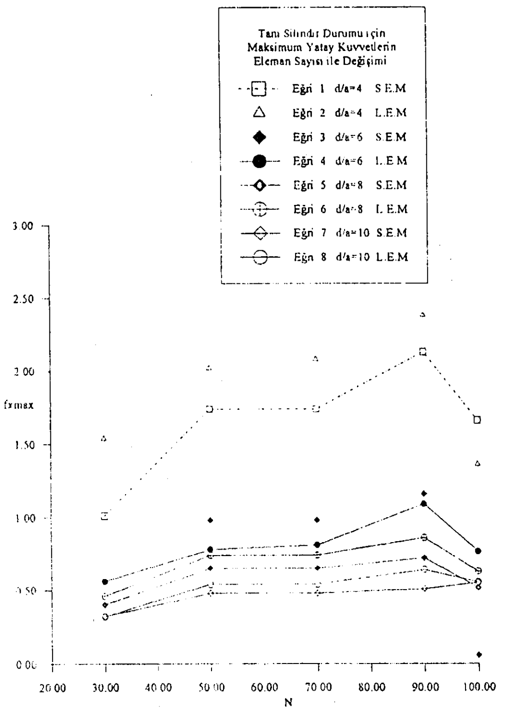
$$F_y = \int_{\Gamma_j} p(x,y,t)dx \tag{26}$$

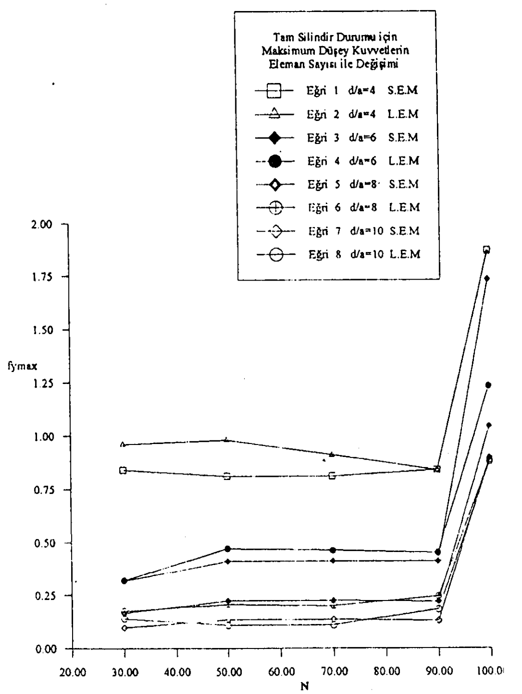
Bu çalışmada sınır elemanları metodunun sabit ve lineer elemanlar yaklaşımları kullanılarak deniz tabanına tam oturmuş veya belli bir açıklıkta yerleştirilmiş tam ve yarım silindir biçiminde yapılara tesir eden dalga kuvvetleri Fortran90 dilinde hazırlanmış bir program yardımıyla çözümlenmiştir.Elde edilen sonuçlar $f_x=F_{xmax}/(\rho gH/2a)$, $f_y=F_{ymax}/(\rho gH/2a)$ boyutsuz yatay ve düşey hidrodinamik kuvvetlere karşılık , ka , boyutsuz dalga numarasına karşılık çizilerek Bird ve Shepherd (1982) ve Yüksel(1993) 'in vermiş olduğu sonuçlarla farklı ka değerleri için karşılaştırılmıştır. Sonuçlar şekil.3 den görüldüğü gibi tutarlıdır.Ancak bu çalışmada sınır elemanları ile çözümde nümerik stabilitede araştırılarak en optimum sınır eleman sayısı belirlenilmesi amaçlanmışdır.

Elde edilen sonuçlardan , eleman sayısı ile kuvvetler arasında , nümerik stabilite grafikleri elde edilebilmektedir.Şekil.4 den boyutsuz yatay veya düşey kuvvetlerin en uygun değeri , hangi eleman sayısı aralığı içersinde kaldığı belirlenebilmektedir.Gerek lineer gerekse sabit eleman yaklaşımında nümerik stabilite grafikleri eleman sayısının 30 -70 arasında kalması durumunda sonuçların stabil kadığını göstermektedir.Bunun nedeni elemansayısının artması durumunda metodun çözümünden kaynaklanan hata miktarının artması ve sığ su şartlarında non-lineer etkilerin ortaya çıkmasından kaynaklanmaktadır.



Şekil.3-Değişik eleman sayılarında boyutsuz kuvvetin ka ile değişimi





Şekil.4-Eleman sayısı ile boyutsuz kuvvetlerin değişimi , stabilite grafikleri

3-SONUÇLAR

Bu çalışmada , deniz altında inşaa edilen , büyük hacimli yapılara (yarım ve tam silindirik) etki eden dalga kuvvetlerinin sınır elemanları metodu kullanılarak çözümünde satbilitesinin belirlenmesi amaçlanmıştır.Sonuçlar daha önce aypılan çalışmalar ile uyum içindedir.Sabit ve lineer elemanlar yaklaşımında sınır elemanları sayısı 30 ile 70 arasında kaldığı sürece , elde edilen kuvvetlerin daha önce yapılan sonuçlarla uyum sağladığı ve sonuçların stabil görünümde olduğu ve sınır elemanları sayısı 70 ile 90 arsında kaldığında sonuçların kabul edilebileceği buna karşın eleman sayısını 90 den büyük olması durumunda stabilitenin gittikçe ortadan kaltığı belirlenmiştir.

KAYNAKLAR

1-BIRD , H.W.K. and SHEPHERD , R.(1982)"Wave Interaction with Large Submerge Structures" ASCE , Journal of Waterways , Harbours ,and Coastal Eng. Pp.145-162

2-YUKSEL , Y. (1993) "Wave Structure Interaction Using Boundary Element Methods" Bull. of the Tech. Univ. of Ist. Vol.46 Nu.2 pp.279-307

3-NARAYANAN , R.(1986)"Boundary Element Method for Wave Structure Interaction" Third Indian conf. On Ocean Eng.Bombay India pp11-13

4-WEHAUSEN ,J.V. and LAITONE , E.V.(1980)"Surface Waves "Encyclopaedia of Physics, pp.479-483.