DIMENSIONAL ANALYSIS OF VERTICAL STRESSES UNDER THE SQUARE FOOTINGS

M. Salih KESKİN
Res. Assist.
Cukurova University
Adana, Turkey

Mustafa LAMAN
Prof. Dr.
Cukurova University
Adana, Turkey

Tarık BARAN
Res. Assist.
Cukurova University
Adana, Turkey

ABSTRACT

In this study, the vertical stress values occurred under the center line of the uniformly loaded square footings were investigated numerically and the results of the study were compared with the results of theoretical methods available in the literature. In the numerical analysis, soil was modeled as both two dimensional axial-symmetric and three dimensional to investigate, the effect of the two dimensional axial-symmetric modeling on the vertical stress values. In the theoretical methods available in the literature, soil is generally assumed as a linear elastic material and calculations of vertical stress values are performed according to this assumption. In this study, soil was modeled as both linear elastic and non-linear elasto-plastic material and the effect of these models to the vertical stress values was investigated.

KARE TEMELLER ALTINDA OLUŞAN İLAVE DÜŞEY GERİLMELERDE BOYUT ANALİZİ

M. Salih KESKİN
Arş. Gör.
Çukurova Üniversitesi
Adana, Türkiye

Mustafa LAMAN
Prof. Dr.
Çukurova Üniversitesi
Adana, Türkiye

Tarık BARAN
Arş. Gör.
Çukurova Üniversitesi
Adana, Türkiye

ÖZET

Bu çalışmada, kumlu zeminlere oturan üniform yüklü kare temellerin merkezi altında oluşan ilave düşey gerilme değerleri nümerik olarak araştırılmış ve elde edilen değerler literatürde mevcut teorik yöntemle karşılaştırılmıştır. Nümerik çalışmada zemin, hem iki boyutlu eksenel simetri koşullarında hem de üç boyutlu olarak modellenmiş ve zemin içinde oluşan ilave düşey gerilme değerlerine, iki boyutlu eksenel simetrik modellemenin etkisinin araştırılması amaçlanmıştır. Literatürdeki mevcut teorik yöntemlerde zemin, lineer elastik bir malzeme olarak kabul edilip ilave düşey gerilme değerleri bu kabule göre hesaplanmaktadır. Çalışmada, zemin hem lineer elastik hem de non-lineer elasto-plastik malzeme olarak modellenmiş ve analizde kullanılan bu modellerin ilave düşey gerilme değerlerine etkisi araştırılmıştır.

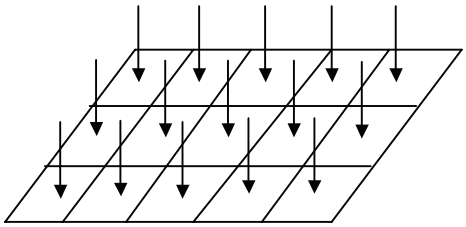
GİRİŞ

Çeşitli yüzey yüklerinden dolayı, zemin içinde oluşan ilave düşey gerilmelerin şiddetinin ve dağılımının belirlenmesi, zemin mekaniğinin klasik problemlerinden birisidir ve daha önce pek çok araştırmacı tarafından ele alınmıştır [1-9].

Elastisite teorisinden yaralanılarak elde edilen bu çözümlerden, pratikte en çok kullanılanı Boussinesq (1) tarafından elde edilen çözümdür. Boussinesq (1), lineer, elastik, homojen, izotrop yarı sonsuz ortamda, yüzeye etkiyen bir tekil yükten dolayı oluşan gerilme problemini çözmüştür. Bu problem zemin mekaniğinde en çok çalışılan problemlerden birisidir ve zeminlerdeki gerilme artışlarının belirlenmesi bir Boussinesq problemi olarak ele alınmaktadır (10). Bu çözüme göre, zemin içerisinde, Q tekil yükünden dolayı, herhangi bir z derinliğinde ve r yatay mesafesindeki bir noktada oluşan ilave düşey gerilme değeri Denklem (1)'deki gibidir.

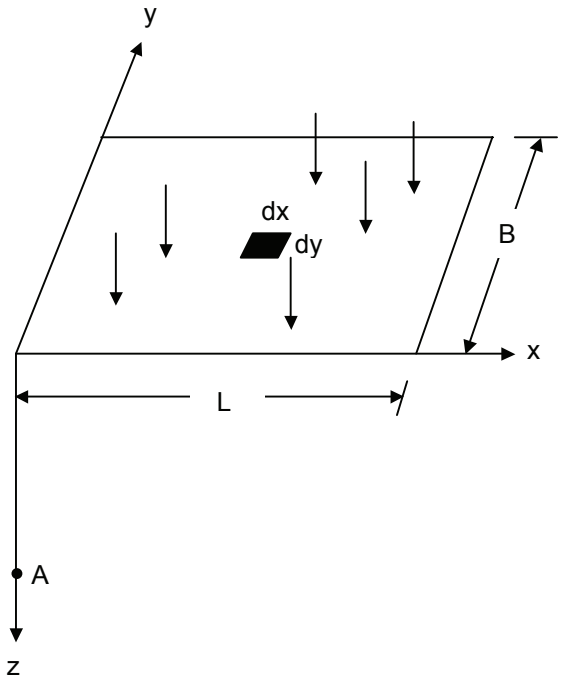
$$\Delta\sigma_z = \frac{3}{2\pi}\left[\frac{1}{1+(r/z)^2}\right]^{5/2}\frac{Q}{z^2} \qquad (1)$$

Yapılardan zemine aktarılan yükler temeller vasıtasıyla aktarıldığı için, tekil yük için elde edilen gerilme dağılımları birçok inşaat mühendisliği probleminde gerçekçi olmamaktadır (11). Fakat, tekil yük çözümlerinin integrali alınarak yayılı yüklerin zeminlerde oluşturacağı gerilme dağılımlarını bulmak mümkün olmaktadır. Bu amaçla Şekil 1'de gösterildiği gibi dikdörtgen bir alanın üzerine gelen yayılı yük için tüm alan çok küçük alanlara ayrılır. Her bir alana gelen yayılı yük, tekil kuvvet gibi düşünülür. Bu tekil kuvvetlerin ve bunlarla ilgili gerilmelerin toplamı, yayılı yükler altındaki gerilmeleri verir. Zeminler genellikle yarı sonsuz uzay olarak ele alındıklarından, Boussinesq probleminde bulunan düşey gerilme $d\Delta\sigma_z$ ve yarı uzayın sınırına etki eden yük de dQ olarak alınır. Bu diferansiyeller gerilme ifadelerinde yerlerine konulup, yükleme şekline bağlı olarak integralleri alındığında, gerilme dağılımları bulunmuş olur. Tekil kuvvet ifadelerinde Q yerine konulan dQ diferensiyel yük ifadesine Green fonksiyonu adı verilmektedir (10).



Şekil 1. Gerilmelerin Hesabında Green Fonksiyonu (10)

Boussinesq (1) ifadesi Şekil 2'de gösterilen *L* uzunluğunda ve *B* genişliğindeki *q* üniform yükü ile yüklenmiş dikdörtgen bir alanın altında oluşan gerilmeleri bulmak için kullanılabilir. Dikdörtgen alanın bir köşesi altında, *z* derinliğindeki *A* noktasında oluşan düşey gerilmeyi bulmak için, dikdörtgenin *dxdy* büyüklüğündeki elemanter bir parçası göz önüne alınmaktadır (Şekil 2).



Şekil 2. Üniform Yüklü Dikdörtgen Alan (12)

Buna göre, üniform yayılı yüklü, dikdörtgen bir alanın, bir köşesi altında, herhangi bir *z* derinliğindeki bir noktada, ilave düşey gerilme, Newmark (2) tarafından Boussinesq (1)'in tekil yük ifadesinin integrasyonu ile,

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{4\pi}\left(\frac{2BLz(B^2+L^2+2z^2)}{(B^2+z^2)(L^2+z^2)\sqrt{z^2+B^2+L^2}} + \tan^{-1}\left(\frac{2BLz\sqrt{z^2+B^2+L^2}}{-B^2L^2+z^2(B^2+L^2)+z^4}\right)\right) \quad (2)$$

şeklinde verilmektedir. Üniform dikdörtgen yüklü alanın içindeki veya dışındaki bir nokta altında oluşan ilave düşey gerilme değerleri ise, süperpozisyon kuralı uygulanarak Denklem (2)'den bulunabilmektedir.

Dikkat edilirse, elastisite teorisinden yararlanılarak elde edilen çözümlerde, düşey gerilme dağılımları zeminin malzeme özelliklerinden bağımsız ve sadece uygulanan yükün şiddetine ve geometrik parametrelere bağlı olarak değişmektedir (11). Bu nedenle tüm malzemeler için, aynı yükleme durumunda aynı düşey gerilme dağılımları elde edilmektedir. Oysa, yapılan deneysel ve nümerik çalışmalar, düşey gerilme dağılımlarının granüler zeminlerde, özellikle sıkılığa bağlı olarak önemli mertebelerde değişebileceğini göstermiştir (13).

AMAÇ

Bu çalışmada, kumlu zeminlere oturan kare temeller altında oluşan ilave düşey gerilme değerleri sayısal olarak araştırılmış ve elde edilen değerler Boussinesq (1) yöntemiyle karşılaştırılmıştır. Sayısal analizde zemin, iki boyutlu eksenel simetrik ve üç boyutlu koşullarda modellenmiş ve zemin içinde oluşan ilave düşey gerilme değerlerine, iki boyutlu eksenel simetrik modellemenin etkisinin araştırılmıştır. Ayrıca, sayısal analizde zemin hem lineer elastik hem de non-lineer elasto-plastik olarak modellenmiş ve bu durumun ilave düşey gerilme değerlerine etkisi araştırılmıştır.

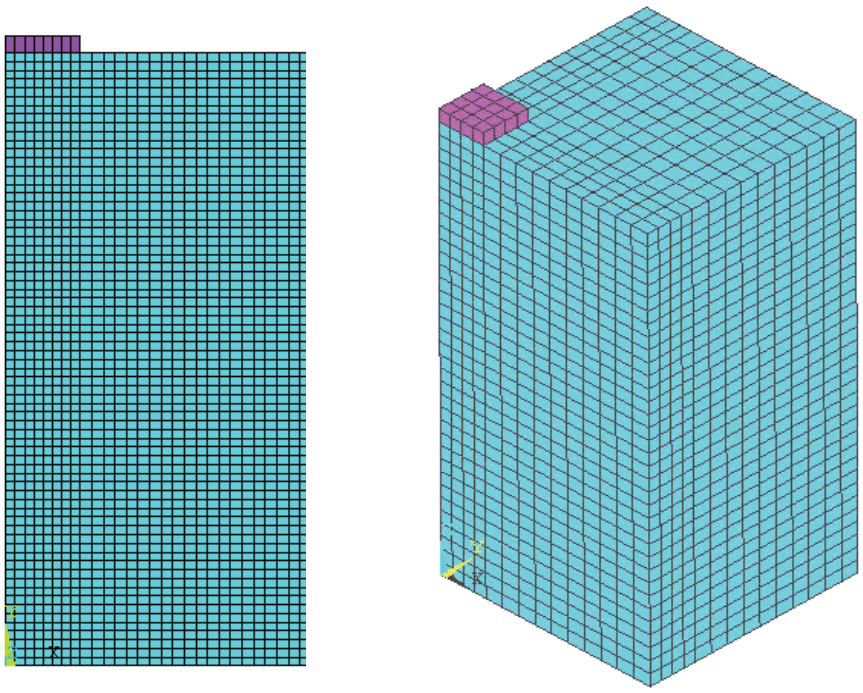
SONLU ELEMANLAR ANALİZİ

Son yıllarda, bilgisayar teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak teorik analizlerde sayısal çözümlerin önemi artmıştır. Sonlu elemanlar yöntemi, sayısal çözüm yöntemlerinden en efektif ve sistematik olanıdır. Bu yöntemde, sürekli ortamlardan oluşan sistemler üzerinde sonlu eleman ağı ile hayali düğümler oluşturulur. Düğümlerde denge,

süreklilik ve uygunluk şartları ile eleman rijitlik, kütle matrisleri ve yük vektörleri oluşturulur. Kodlama tekniği ile sistem kütle ve rijitlik matrisleri oluşturularak sistem hareket denklemleri elde edilir. Sistem hareket denklemi ise uygun bir yöntemle çözülerek deplasmanlar ve gerilmeler hesaplanır. Yöntemin sistematikliği ve her türlü yapıya aynı işlemlerle uygulanması en önemli avantajlarındandır. İşlem hacminin büyümesi dezavantaj olarak görünse de bu olumsuzluk bilgisayar yardımı ile aşılmaktadır. Son yıllarda, yeterli hassasiyette sonuçlar veren ve bu çalışma kapsamında da kullanılan ANSYS gibi sonlu elemanlar yöntemine dayalı birçok hazır paket programlar geliştirilmiştir.

Sonlu elemanlar analizinde, kumlu zeminlere oturan kare temeller altında oluşan ilave düşey gerilme değerleri, ANSYS bilgisayar programı kullanılarak araştırılmıştır. ANSYS, pek çok mühendislik dalında kullanılan ve bir çok mühendislik probleminin sonlu elemanlar yöntemi ile analiz edilebilmesi için tasarlanmış bir bilgisayar programıdır. Bu çalışmada, ANSYS 5.6/ED versiyonu kullanılmıştır. Programda, problemler üç boyutlu, iki boyutlu, lineer, non-lineer, statik ve dinamik olarak analiz edilebilmektedir. Lineer Elastik modelde, malzeme davranışının Hooke yasasına uyduğu ve izotropik lineer elastik bir malzeme olduğu kabul edilir. Programda giriş bilgileri olarak Elastisite modülü (E) ve Poisson oranı (μ) değerleri girilir. Drucker-Prager modeli ise elasto-plastik, non-lineer malzeme modelidir. Bu model granüler yapıya sahip elemanların modellenmesinde kullanılmaktadır. Programda giriş bilgileri olarak Elastisite modülü (E), Poisson oranı (μ), kohezyon (c), kayma mukavemet açısı (ϕ) ve dilatasyon açısı (ψ) girilir.

Sonlu elemanlar analizinde, zemin, çevre, sınır ve yükleme koşulları, Keskin (14) tarafından yapılan deneysel çalışma programına benzer seçilmiştir. Çalışmada, kum zemin, ANSYS bilgisayar programında iki boyutlu eksenel simetrik ve üç boyutlu olarak modellenirken, zeminin davranışı için Lineer Elastik (*LE*) ve Drucker-Prager (*DP*) modelleri kullanılmıştır. Geometrik modelin boyutları 70×70×70cm'dir. Zemin ortamı, 4 düğümlü dikdörtgen elemanlarla (*PLANE 42*) modellenmiştir (Şekil 3). Çalışmada kullanılan kum zeminin özellikleri ise Tablo 1'de verilmektedir.



(a) (b)

Şekil 3. (a) İki boyutlu model (b) Üç boyutlu model

Tablo 1. Deney kumu için model parametreleri

Parametre Adı	Simge	Birim	Değer
Elastisite modülü	E	kN/m^2	28000
Kohezyon	c	kN/m^2	0
Kayma mukavemet açısı	ϕ	(˚)	41
Dilatasyon açısı	ψ	(˚)	11
Poisson oranı	μ	-	0.20

Analizlerde, yüklü alanın boyutları 15×15cm olarak alınmıştır. ANSYS'de iki boyutlu eksenel simetrik modelde kare temel eşdeğer dairesel temele dönüştürülerek analizler yapılmıştır. Kare temelin alanı, A=15×15=225 cm^2 olmak üzere A=πD^2/4 => 225=πD^2/4 buradan D=B≅17 cm olarak seçilmiştir.

BULGULAR VE TARTIŞMA

Çalışmada, sayısal analizlerde, kare temelin merkezinde oluşan ilave düşey gerilme değerleri, 10 kN/m^2'lik üniform yük altında ve çeşitli derinlikler için (z=0.1B, 0.2B, 0.3B, 0.4B, 0.5B, 1.0B, 1.5B, 2.0B, 3.0B ve 4.0B) elde edilmiştir. Ayrıca elde edilen düşey gerilme değerleri Boussinesq (1) yöntemiyle elde edilen gerilme değerleriyle karşılaştırılmıştır.

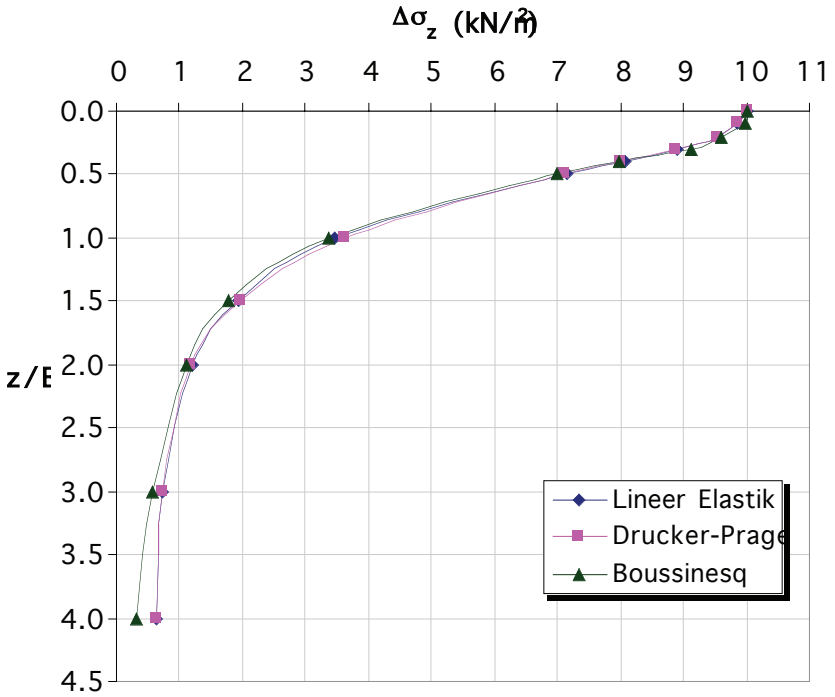
İki Boyutlu Eksenel-Simetrik Model

İki boyutlu eksenel-simetrik modelde, kum zemin modellenirken Lineer-Elastik ve Drucker-Prager malzeme modelleri kullanılmıştır. Elde edilen düşey gerilme değerleri Tablo 2 ve Şekil 4'te görülmektedir.

Tablo 2. İki boyutlu eksenel-simetrik modelde ilave düşey gerilme değerleri

z	$\Delta\sigma_z$ (kN/m^2)		
	Lineer-Elastik	**Drucker-Prager**	**Boussinesq**
0.1B	9.856	9.865	9.994
0.2B	9.551	9.550	9.604
0.3B	8.917	8.866	9.120
0.4B	8.084	8.004	7.976
0.5B	7.143	7.122	7.008
1.0B	3.469	3.629	3.360
1.5B	1.928	1.971	1.770
2.0B	1.203	1.164	1.106
3.0B	0.740	0.723	0.558
4.0B	0.632	0.627	0.320

Tablo 2 ve Şekil 4'ten, yüzeyden itibaren 2B derinliklere kadar Lineer Elastik, Drucker-Prager ve Boussinesq sonuçları arasında oldukça iyi bir uyum olduğu görülmektedir. Ancak Lineer Elastik ve Drucker-Prager sonuçları uyum halinde devam ederken, Boussinesq sonuçlarının 3.0B derinliklerinden sonra yaklaşık % 20-50 mertebelerinde diğerlerine göre daha küçük sonuçlar verdiği görülmektedir.



Şekil 4. İki boyutlu eksenel-simetrik modelde ilave düşey gerilmeler

Şekil 5'te ise sonlu elemanlar analizi sonucunda elde edilen gerilme dağılımları görülmektedir.

(a) (b)

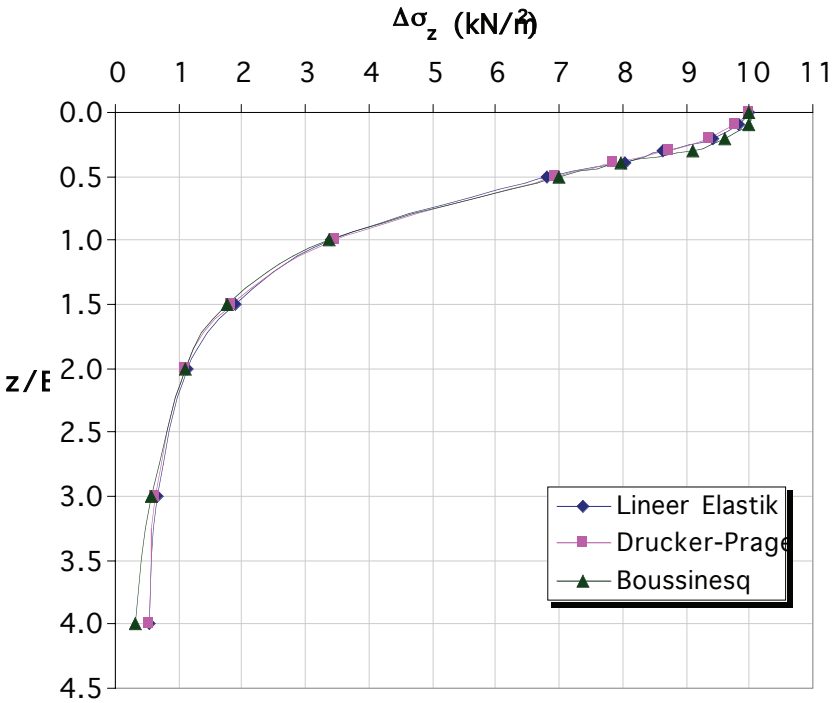
Şekil 5. (a) Lineer Elastik (b) Drucker-Prager

Üç Boyutlu Model

Üç boyutlu modelde, kum malzeme modellenirken Lineer-Elastik ve Drucker-Prager malzeme modelleri kullanılmıştır. Elde edilen düşey gerilme değerleri Tablo 3 ve Şekil 6'da görülmektedir.

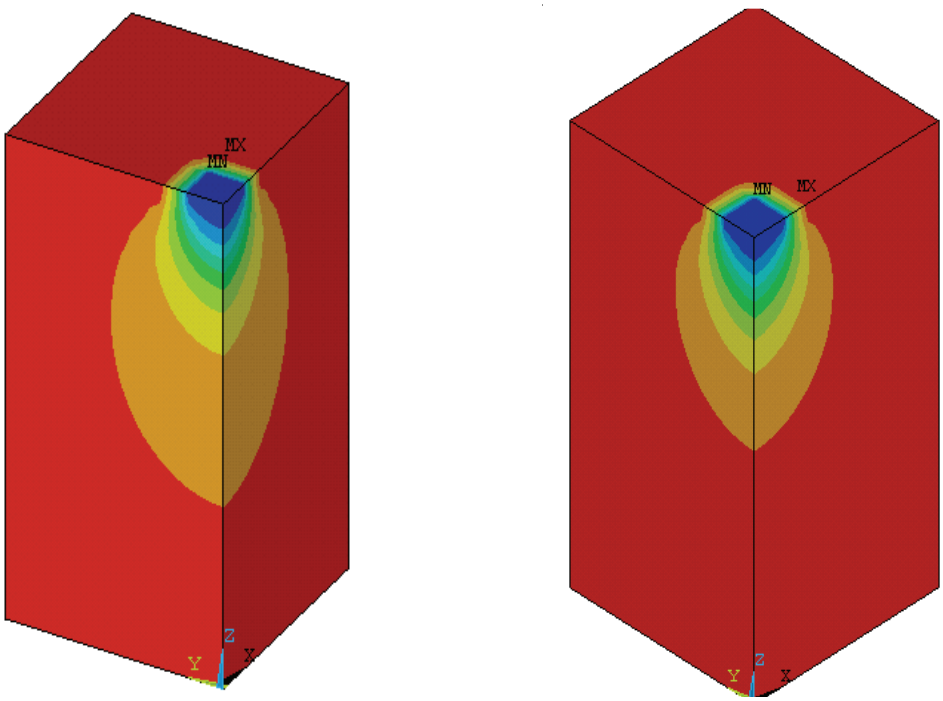
Tablo 3. Üç boyutlu modelde ilave düşey gerilme değerleri

z	$\Delta\sigma_z$ (kN/m^2)		
	Lineer-Elastik	**Drucker-Prager**	**Boussinesq**
0.1B	9.822	9.774	9.994
0.2B	9.437	9.365	9.604
0.3B	8.649	8.716	9.120
0.4B	8.042	7.847	7.976
0.5B	6.821	6.928	7.008
1.0B	3.390	3.466	3.360
1.5B	1.893	1.836	1.770
2.0B	1.143	1.090	1.106
3.0B	0.647	0.639	0.558
4.0B	0.529	0.521	0.320



Şekil 6. Uç boyutlu modelde ilave düşey gerilmeler

Tablo 3 ve Şekil 6'dan görüldüğü gibi, üç boyutlu modelde de, iki boyutlu modelde olduğu gibi, yüzeyden itibaren 2B derinliklere kadar Lineer Elastik, Drucker-Prager ve Boussinesq sonuçları arasında oldukça iyi bir uyum olduğu görülmektedir. Ancak Lineer Elastik ve Drucker-Prager sonuçları uyum halinde devam ederken, Boussinesq sonuçlarının 3.0B derinliklerinden sonra yaklaşık % 13-40 mertebelerinde diğerlerine göre daha küçük sonuçlar verdiği görülmektedir. Şekil 7'de ise üç boyutlu analiz sonucunda elde edilen gerilme dağılımları görülmektedir.



(a) (b)

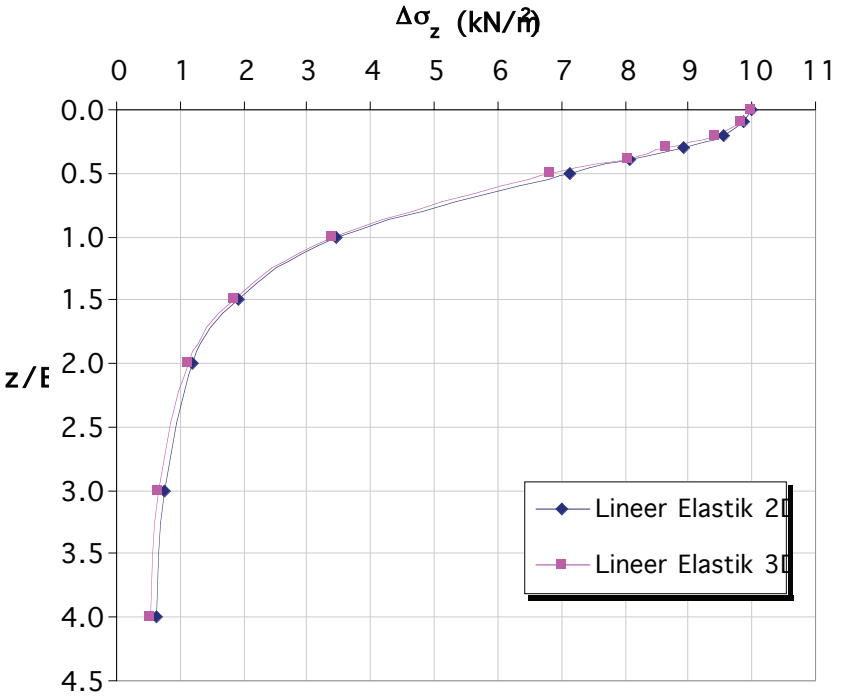
Şekil 7. (a) Lineer Elastik (b) Drucker-Prager

Model Boyut Etkisi

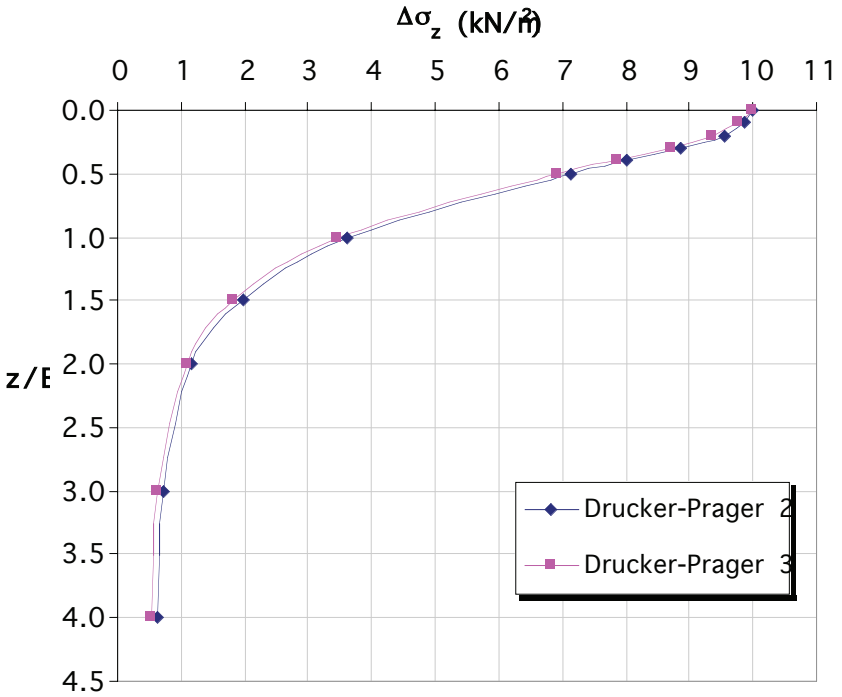
Bilindiği üzere, nümerik çalışmalarda, üniform yüklü alanın kare veya dikdörtgen olması durumunda iki boyutlu modelleme yapılırken, eksenel simetri koşullarının sağlanabilmesi için, yüklü alanın eşdeğer dairesel alana çevrilmesi zorunlu olmaktadır. Çalışmada bu kabülün ilave düşey gerilme değerlerine etkisinin olup olmadığı araştırılmış ve bu amaçla problem hem iki boyutlu eksenel simetri hem de üç boyutlu olarak modellenerek, gerilme değerleri elde edilmiştir. Tablo 4'te Lineer Elastik ve Drucker-Prager malzeme modelleri için iki boyutlu ve üç boyutlu modellemeyle elde edilen gerilme değerleri görüllmektedir. Aynı değerler grafik olarak Şekil 8 ve 9'da verilmektedir.

Tablo 4. İki ve üç boyutlu modelde ilave düşey gerilme değerleri

z	$\Delta\sigma_z$ (kN/m^2)					
	LE 2D	LE 3D	Fark (%)	DP 2D	DP 3D	Fark (%)
0.1B	9.856	9.822	0.3	9.865	9.774	0.9
0.2B	9.551	9.437	1.2	9.550	9.365	1.9
0.3B	8.917	8.649	3.0	8.866	8.716	1.7
0.4B	8.084	8.042	0.5	8.004	7.847	2.0
0.5B	7.143	6.821	4.5	7.122	6.928	2.7
1.0B	3.469	3.390	2.3	3.629	3.466	4.5
1.5B	1.928	1.893	3.4	1.971	1.836	6.8
2.0B	1.203	1.143	5.0	1.164	1.090	6.4
3.0B	0.740	0.647	12.6	0.723	0.639	11.6
4.0B	0.632	0.529	16.3	0.627	0.521	16.9



Şekil 8. İki ve üç boyutlu Lineer Elastik modelde ilave düşey gerilmeler



Şekil 9. İki ve üç boyutlu Drucker-Prager modelinde ilave düşey gerilmeler

Tablo 4, Şekil 8 ve 9'da verilen değerler incelendiğinde hem Lineer Elastik hem de Drucker-Prager malzeme modelleri kullanılarak gerçekleştirilen iki boyutlu eksenel simetrik analiz sonucu elde edilen gerilme değerlerinin, üç boyutlu analiz sonucu elde edilen gerilme değerlerinden daha büyük olduğu görülmektedir. Gerilme değerleri arasındaki farkın, temel genişliğinin iki katına kadar olan başka bir deyişle uygulanan üniform yük değerinin yaklaşık % 10'a düştüğü derinliklerde Lineer Elastik modelde % 0.3-5, Drucker-Prager modelinde ise % 0.9-6.8, sonraki derinliklerde ise (z=3B ve 4B) Lineer Elastik modelde % 12.6-16.3, Drucker-Prager modelinde ise % 11.6-16.9 değerleri arasında değiştiği görülmektedir.

SONUÇ

Çalışmada, kumlu zeminlere oturan kare temeller altında oluşan ilave düşey gerilme değerleri araştırılmış ve nümerik ve teorik olarak elde edilen değerlerin, özellikle temel genişliğin iki katı kadar olan derinliklere kadar uyum içerisinde olduğu, derinliğin temel genişliğinin üç ve dört katı olması durumlarında ise teorik yöntemle elde edilen gerilme

değerlerinin, iki boyutlu eksenel simetrik modellemeye göre % 20-50, üç boyutlu modellemeye göre %13-40 mertebelerinde daha küçük olduğu görülmüştür.

İki boyutlu eksenel simetrik analiz sonucu elde edilen gerilme değerlerinin, üç boyutlu analiz sonucu elde edilen gerilme değerlerinden daha büyük olduğu ve bu farkın, temel genişliğinin iki katına kadar olan (zemine uygulanan üniform yük değerinin yaklaşık % 10'a düştüğü) derinliklerde Lineer Elastik modelde % 0.3-5, Drucker-Prager modelinde ise % 0.9-6.8, daha büyük derinliklerde ise (z=3B ve 4B), Lineer Elastik modelde % 12.6-16.3, Drucker-Prager modelinde ise % 11.6-16.9 değerleri arasında değiştiği görülmüştür. Oluşan bu farka rağmen, hem iki boyutlu eksenel simetrik model ile elde gerilme değerlerinin güvenli tarafta kalması hem de üç boyutlu model oluşturmanın güçlüğü ve çözüm süresinin oldukça uzaması gibi nedenlerle bu tür gerilme artışı problemlerinde iki boyutlu eksenel simetri modelin kullanılmasında bir sakınca olmadığı anlaşılmıştır.

KAYNAKLAR

1. Boussinesq J., "Applications des Potentials a I'Etude de I'Etude de I'Euilibre et Mouvement des Solides Elastiques", 1885, Paris, Gauthier-Villard.

2. Newmark N.M., "Simplified Computation of Vertical Pressures in Elastic Foundations", University of Illinois Engineering, 1935, Experiment Station, Circular No. 24, Illinois.

3. Westergaard, H.M., "A Problem of Elasticity Suggested by a Problem in Soil Mechanics: Soft Material Reinforced by Numerous Strong Horizontal Sheets", Contributions to the Mechanics of Solids, S. Timoshenko 60th Anniversary Volume, 1938, Newyork-Mac Millan.

4. Gray H., "Stresses and Displacements from Loads over Rectangular Area", Civil Engineering, ASCE, 1943, 13 (5), 227-229.

5. Ambraseys N.N., "Discussion of Linearly Variable Load Distribution on a Rectangular Foundation", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 1960, 86 (SM3), 123-125.

6. Vitone D.M. and Valsangkar A.J., "Stresses from Loads over Rectangular Areas", Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1986, 112 (10), 961-964.

7. Giroud, J.P., "Stresses Under Linearly Loaded Rectangular Area", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 1970, 96 (SMI), 263-268.

8. Jarquio R. and Jarquio V., "Vertical Stress Formulas for Triangular Loading", Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1984, 110 (1), 73-78.

9. Algin, H.M., "Stresses from Linearly Distributed Pressures over Rectangular Areas", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2000, 24, 681-692.

10. Tekinsoy, M.A. ve Laman, M., Elastik Zemin Problemleri, Süleyman Demirel Üniversitesi Basımevi, 2000, Isparta, 316s.

11. Özaydın, K., Zemin Mekaniği, MEYA Matbaacılık ve Yayıncılık, 1989, İstanbul, 395s.

12. Das, B.M., Principles of Geotechnical Engineering, Brooks Cole, 2001, USA.

13. Laman, M. ve Keskin, M.S., "Kumlu Zeminlere Oturan Kare Temeller Altında Düşey Gerilme Analizi", Türkiye Mühendislik Haberleri, Sayı 431-2004/3, 53-57.

14. Keskin, M.S., "Zeminlerde Oluşan İlave Düşey Gerilmelerin Değişik Yöntemlerle İrdelenmesi", Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2004, Adana.