

TRAFİK AKIMLARININ SPEKTRAL ANALİZ YÖNTEMİ İLE MODELLENMESİ

Kemal Selçuk Öğüt¹

SUMMARY

In this study, daily traffic counts made are modelled by using spectral analysis method. As data, number of vehicles passing from count point, during the periods of half an hour, are used. Four different road sections are modelled. For each section, ten models are estimated. For the validaion of models the variances of models to variances of obvrved data are calculated.

ÖZET

Bu çalışmada, spektral analiz yöntemi kullanılarak günlük trafik akımları modellenmeye çalışıldı. Dört farklı yol kesitinde gözlenen trafik akım değerleri modellenirken, her yol kesiti için sadece bir model kurulayıp, her kesit için on model kurulmuş ve her bir modelin gerçeği ne oranda yansıttığı istatistiksel olarak belirlenmiştir.

1. GİRİŞ

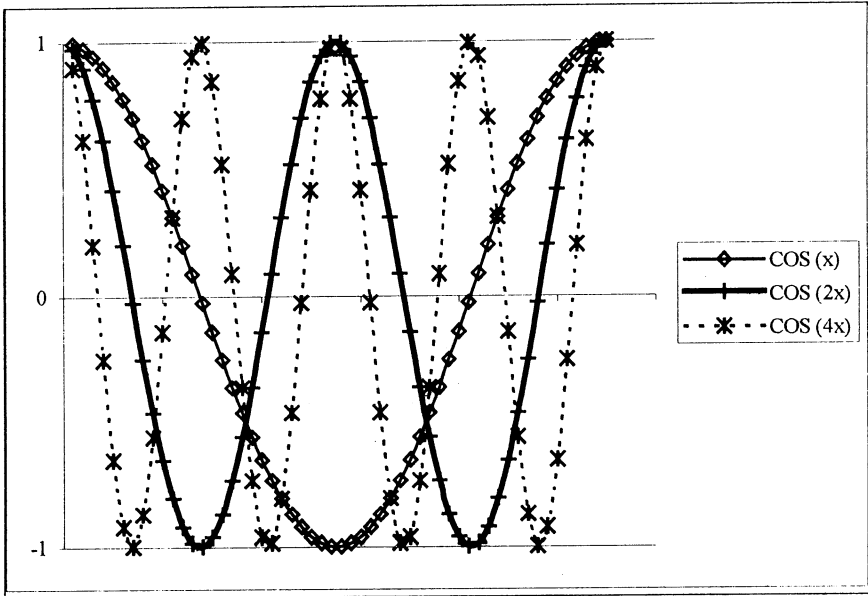
Gün boyunca, saatlik veya daha küçük zaman dilimlerinde (yarım saatlik, 15'er dakikalık) gözlenen trafik akımlarının modellenmesinde başvurulacak yöntemlerden bir tanesi de spektral analiz yöntemidir.

2. SPEKTRAL ANALİZ

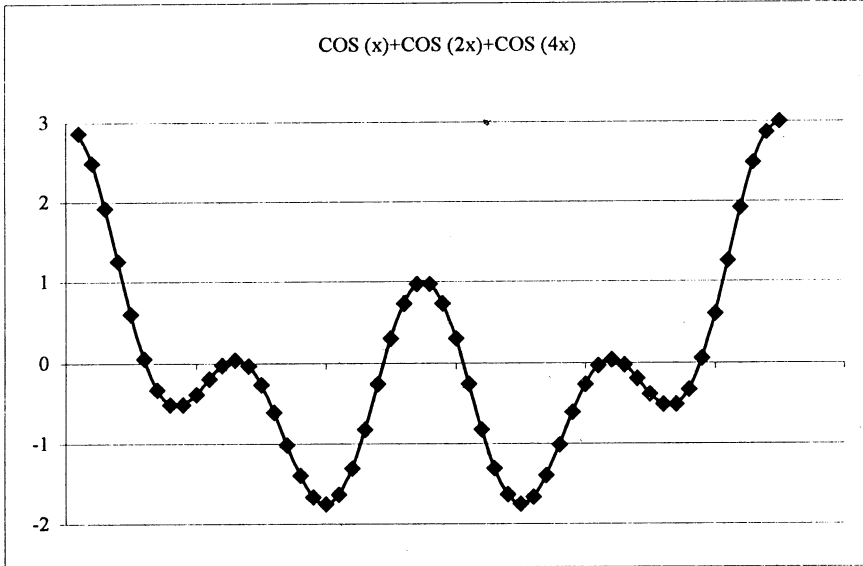
Spektral analiz veya Fourier analizi, temel olarak, cosinüs ve sinüs eğrilerininin toplanmasından elde edilen bir eğri formunu ifade etmektedir.

Spektral analizin yöntemi şöyle bir örnekte açıklanabilir: Periyodu 2π , π ve $\pi/2$ olan üç cosinüs eğrisi düşünölsün. Bu eğriler Şekil 1'de görölmektedir. Üç eğrinin toplanmasıyla eni bir eğri elde edildiğinde bu eğri, ilk üç eğriye benzemeyip, çok değişik bir yapıya sahiptir. Şekil 2'de bu eğri görölmektedir. Spektral analizde, sadece cosinüs eğrileri değil, farklı periyotlara ve genliklere sahip cosinüs ve sinüs eğrileri birlikte toplanmakta ve model yapısı bu şekilde oluşturulmaktadır[1].

¹ Araşt. Gör. İ.T.Ü. İnşaat Faköltesi, Maslak



Şekil 1 : 2π , π , $\pi/2$ periyotlarına sahip $\cos(x)$, $\cos(2x)$, $\cos(4x)$ eğrileri



Şekil 2 : $\cos(x) + \cos(2x) + \cos(4x)$ eğrisi

Spektral analizde, kullanılan cosinus-sinus eğri sayıları, harmoni sayısı olarak tanımlanmaktadır. Bu bağlamda, “ikinci harmoni” iki cosinüs ve sinüs eğrisinin kullanılmasıyla elde edilen bir modeli ifade etmektedir. Eğrilerdeki farklı genlikler ise, verilerden hesaplanan a_j ve b_j katsayıları ile sağlanmaktadır. Spektral analizde kullanılan Fourier Spekturumu ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$y_i = \bar{x} + \sum_{j=1}^m [a_j \cdot \cos(2\pi \cdot f_j \cdot i) + b_j \cdot \sin(2\pi \cdot f_j \cdot i)] \quad (1)$$

Fourier katsayıları;

$$a_j = \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=1}^N [x_i \cdot \cos(2\pi \cdot f_j \cdot i)] \quad b_j = \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=1}^N [x_i \cdot \sin(2\pi \cdot f_j \cdot i)] \quad (2.3)$$

Burada ;

- N : Örnek sayısı
- m : Harmoni sayısı
- $\bar{x}$: x serisinin ortalaması
- a_j, b_j : Fourier katsayıları
- $f_j = \frac{j}{N}$ (j=1,2,...m) (j. frekans)

şeklindedir[2].

3. ÇALIŞMADA KULLANILAN VERİ

Bildiride; 1995 yılında, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Ulaştırma Anabilim Dalı tarafından yapılan “Bakırköy İlçesi Ulaşım Nazım Planı” kapsamında, çeşitli yollarda yapılan trafik sayımları, veri olarak kullanılmıştır[3].

Bildiri kapsamında 4 kesitte yapılan trafik sayımları modellenmiştir. Bu kesitler şunlardır.

1. KESİT : Hava Harp Okulu Kavşağı Yeşilyurt-Bakırköy Yönü
2. KESİT : Hava Harp Okulu Kavşağı Bakırköy-Yeşilyurt Yönü
3. KESİT : İncirli, Bahçelievler-Bakırköy Yönü
4. KESİT : İncirli, Bakırköy-Bahçelievler Yönü

Her bir kesime ait sayımlar 7.00-21.00 saatleri arasında, yarım saatlik dilimlerden oluşmaktadır. Bu süre içinde kesitten geçen toplam araç sayısı veri olarak kullanılmış, değişik araç türleri için otomobil eşdeğerlik katsayıları hesaplara katılmamıştır.

Her kesitte iki gün sayım yapılmıştır. Bu günler kesitler itibariyle şu şekildedir.

1. KESİT : 1 Haziran 1995 Perşembe ve 6 Haziran 1995 Salı
2. KESİT : 1 Haziran 1995 Perşembe ve 6 Haziran 1995 Salı
3. KESİT : 7 Haziran 1995 Çarşamba ve 8 Haziran 1995 Perşembe
4. KESİT : 7 Haziran 1995 Çarşamba ve 8 Haziran 1995 Perşembe

Bildiride her kesite ait trafik sayımlarının, iki günlük ortalama değerleri alınarak modelleme yapılmıştır. Ortalama değer kullanılmasının nedeni, hafta içi günlerde geçerli olacak bir modelin araştırılıyor olmasıdır.

Dört kesite ait iki günlük ortalama trafik akım verileri Tablo 1’de görülmektedir.

Tablo 1 : Dört Kesite Ait Trafik Akım Verileri(taşıt/saat)

Zaman Aralığı	1. Kesit	2. Kesit	3. Kesit	4. Kesit	Zaman Aralığı	1. Kesit	2. Kesit	3. Kesit	4. Kesit
7.00-7.30	1.514	432	495	366	14.00-14.30	1.807	1.208	794	605
7.30-8.00	1.951	863	772	659	14.30-15.00	1.997	1.321	825	652
8.00-8.30	2.320	1.304	765	756	15.00-15.30	1.711	1.438	856	656
8.30-9.00	2.491	1.232	932	700	15.30-16.00	1.609	1.611	836	548
9.00-9.30	2.914	1.151	875	760	16.00-16.30	1.596	1.376	792	548
9.30-10.00	2.689	1.139	827	715	16.30-17.00	1.308	1.483	789	625
10.00-10.30	2.002	1.350	807	573	17.00-17.30	1.468	1.611	775	701
10.30-11.00	1.894	1.111	778	589	17.30-18.00	1.819	1.641	741	594
11.00-11.30	1.565	1.261	709	594	18.00-18.30	1.413	2.094	734	424
11.30-12.00	1.595	1.231	698	568	18.30-19.00	1.609	1.875	822	457
12.00-12.30	1.653	1.186	805	578	19.00-19.30	1.289	2.478	832	392
12.30-13.00	1.691	1.232	708	499	19.30-20.00	1.115	2.325	791	340
13.00-13.30	1.548	1.256	673	518	20.00-20.30	1.249	2.074	723	328
13.30-14.00	2.066	1.288	649	553	20.30-21.00	1.104	1.955	634	472

4. MODELLERİN KURULMASI

Bildiri kapsamında her kesit için onuncu harmoniye kadar on farklı model kurulmuştur. Bölüm 4.1’de üçüncü harmoniden, 4.2’de dördüncü harmoniden, 4.3’de beşinci harmoniden, 4.4’de onuncu harmoniden model ifadeleri ve grafikleri verilmiştir. Her bölümde farklı harmoni sayısına sahip modellerin kullanılmasının sebebi, harmoni sayısının artımıyla, gözlem-model değerlerinin ne şekilde değiştiğinin irdelenmesidir.

Modellerin kurulmasında izlenen yol aşağıdaki şekilde sıralanabilir. Bu aşamalar dört kesit için ayrı ayrı tekrarlanmıştır.

1. Kesit ait yarım saatlik dilimler için ortalama trafik akımının hesaplanması ($\bar{x}$).
2. Her kesime ait a_j ve b_j Fourier katsayılarının (2) ve (3) numaralı formüller yardımıyla hesaplanması.
3. (1) numaralı formül yardımıyla her i . gözlem değerine karşılık gelen y_i model değerinin hesaplanması.
4. Kurulan modellerin gözlemleri ne oranda açıklayabildiğini görebilmek için model varyansının toplam varyansa oranının, $(\frac{Var_{model}}{Var_{Gözlem}})$ hesaplanması.

4.1. Hava Harp Okulu Kavşağı Yeşilyurt-Bakırköy Yönüne ait Modeller

Bu kesite ait ortalama değer $\bar{x} = 1.749$ olarak hesaplanmıştır.

Her harmoniye karşılık gelen a_j ve b_j katsayıları Tablo 2’de görülmektedir.

Modelin varyansının gözlem değerlerinin varyansına oranı Tablo 3’de verilmiştir.

Üçüncü harmoniye göre model ve gözlem değerlerinin grafiği Şekil 3’de görülmektedir.

Tablo 2 : a_j ve b_j katsayıları

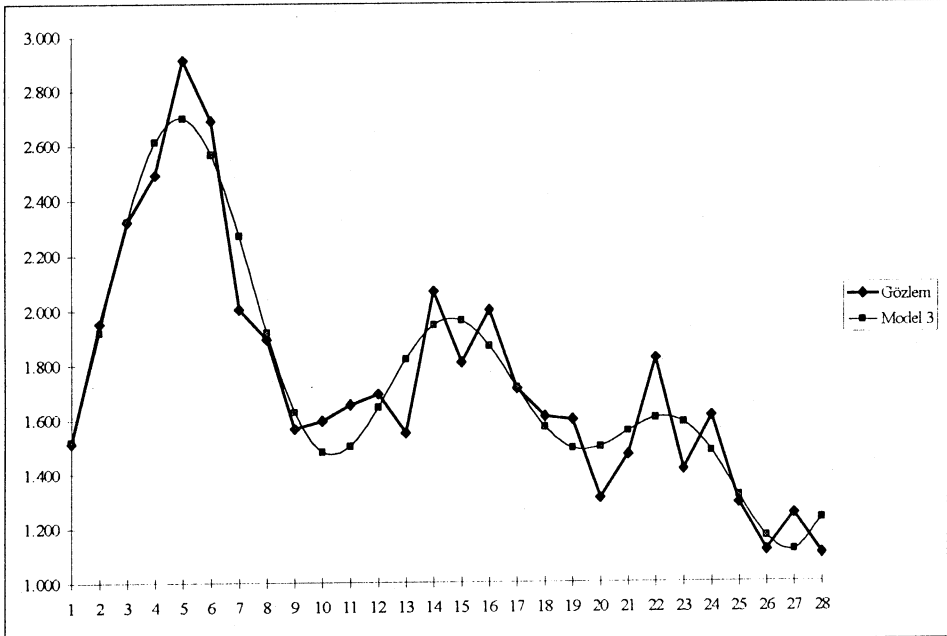
Har.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	342,39	312,63	-16,02	-7,68	-28,04	28,30	-2,25	18,08	-56,61	-79,60
b	-39,38	-161,81	-316,37	-55,17	58,48	15,21	-53,50	-26,31	-0,82	39,83

Tablo 3 : Model varyanslarının gözlem varyanslarına oranları.

Harmoni Sayısı	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$V_{Mod}/V_{Göz}$	0,31	0,64	0,90	0,91	0,92	0,93	0,93	0,94	0,95	0,97

Üçüncü harmoniden modelin ifadesi

$$y_i = 1.749 + \sum_{j=1}^3 [a_j \cdot [\cos(2\pi \cdot (j/28) \cdot i)] + b_j [\sin(2\pi \cdot (j/28) \cdot i)]]$$



Şekil 3. Üçüncü harmoniden model ve gözlem değerleri

4.2. Hava Harp Okulu Kavşağı Bakırköy- Yeşilyurt Yönüne ait Modeller

Bu kesite ait ortalama değer $\bar{X} = 1.447$ olarak hesaplanmıştır.

Her harmoniye karşılık gelen a_j ve b_j katsayıları Tablo 4'de görülmektedir.

Modelin varyansının gözlem değerlerinin varyansına oranı Tablo 5'de verilmiştir.

Dördüncü harmoniye göre model ve gözlem değerlerinin grafiği Şekil 4'de görülmektedir.

Tablo 4 : a_j ve b_j katsayıları

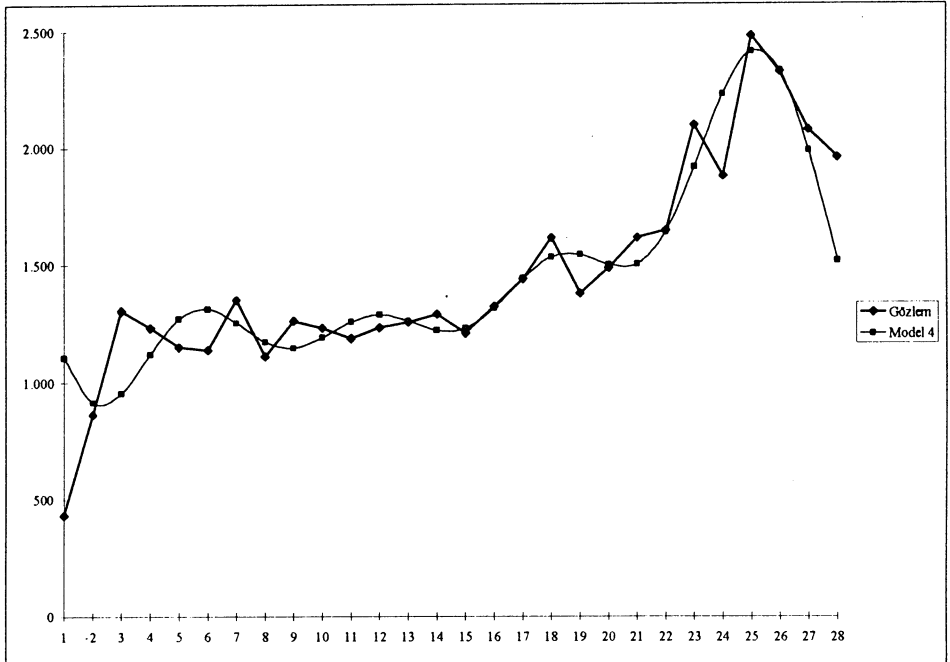
Har.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	-341,66	-261,95	-218,08	-145,60	-93,85	-128,69	-68,96	-55,01	-8,94	14,86
b	189,70	-4,92	-43,51	-75,88	-18,13	2,53	7,93	81,00	72,48	69,77

Tablo 5 : Model varyanslarının gözlem varyanslarına oranları.

Harmoni Sayısı	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$V_{Mod}/V_{Göz}$	0,41	0,59	0,72	0,79	0,82	0,86	0,87	0,90	0,91	0,93

Dördüncü harmoniden modelin ifadesi

$$y_i = 1.447 + \sum_{j=1}^4 [a_j \cdot [\cos(2\pi \cdot (j/28) \cdot i)] + b_j [\sin(2\pi \cdot (j/28) \cdot i)]]$$



Şekil 4. Dördüncü harmoniden model ve gözlem değerleri

4.3. İncirli, Bahçelievler-Bakırköy Yönüne ait Modeller

Bu kesite ait ortalama değer $\bar{x} = 765$ olarak hesaplanmıştır.

Her harmoniye karşılık gelen a_j ve b_j katsayıları Tablo 6'de görülmektedir.

Modelin varyansının gözlem değerlerinin varyansına oranı Tablo 7'de verilmiştir.

Beşinci harmoniye göre model ve gözlem değerlerinin grafiği Şekil 5'de görülmektedir.

Tablo 6 : a_j ve b_j katsayıları

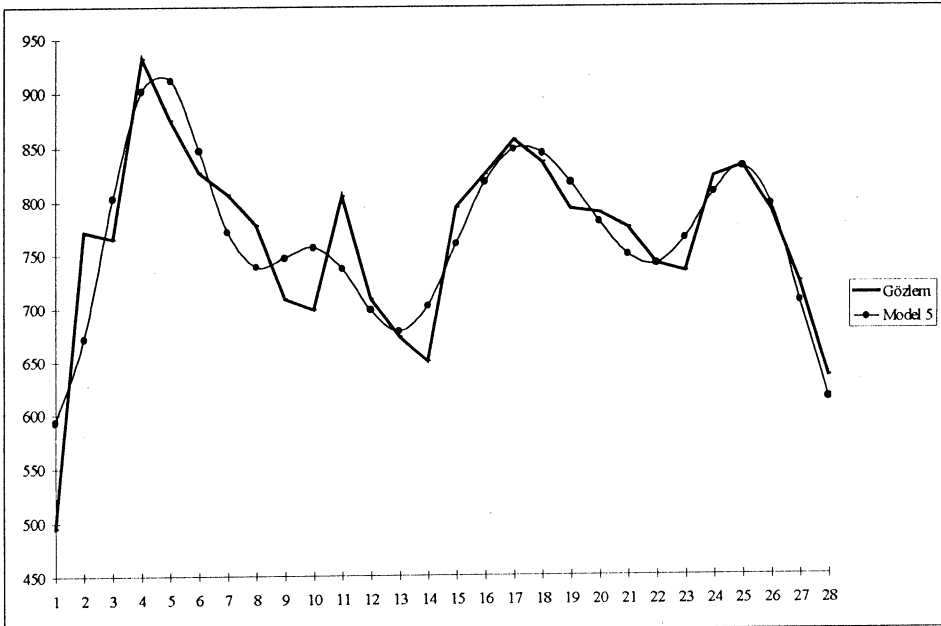
Har.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	-5,30	33,82	-40,82	-28,44	-24,21	-3,63	-14,64	4,46	-17,55	-15,84
b	-6,82	-51,36	-34,27	-56,16	-2,96	-26,19	12,43	4,38	-8,56	-2,91

Tablo 7 : Model varyanslarının gözlem varyanslarına oranları.

Harmoni Sayısı	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$V_{Mod}/V_{Göz}$	0,01	0,27	0,47	0,74	0,78	0,83	0,86	0,86	0,89	0,91

Beşinci harmoniden modelin ifadesi

$$y_i = 765 + \sum_{j=1}^5 [a_j \cdot [\cos(2\pi \cdot (j/28) \cdot i)] + b_j \cdot [\sin(2\pi \cdot (j/28) \cdot i)]]$$



Şekil 5. Beşinci harmoniden model ve gözlem değerleri

4.4. Hava Harp Okulu Kavşağı Bakırköy- Yeşilyurt Yönüne ait Modeller

Bu kesite ait ortalama değer $\bar{X} = 563$ olarak hesaplanmıştır.

Her harmoniye karşılık gelen a_j ve b_j katsayıları Tablo 8'de görülmektedir.

Modelin varyansının gözlem değerlerinin varyansına oranı Tablo 9'de verilmiştir.

Üçüncü harmoniye göre model ve gözlem değerlerinin grafiği Şekil 6'da görülmektedir.

Tablo 8 : a_j ve b_j katsayıları

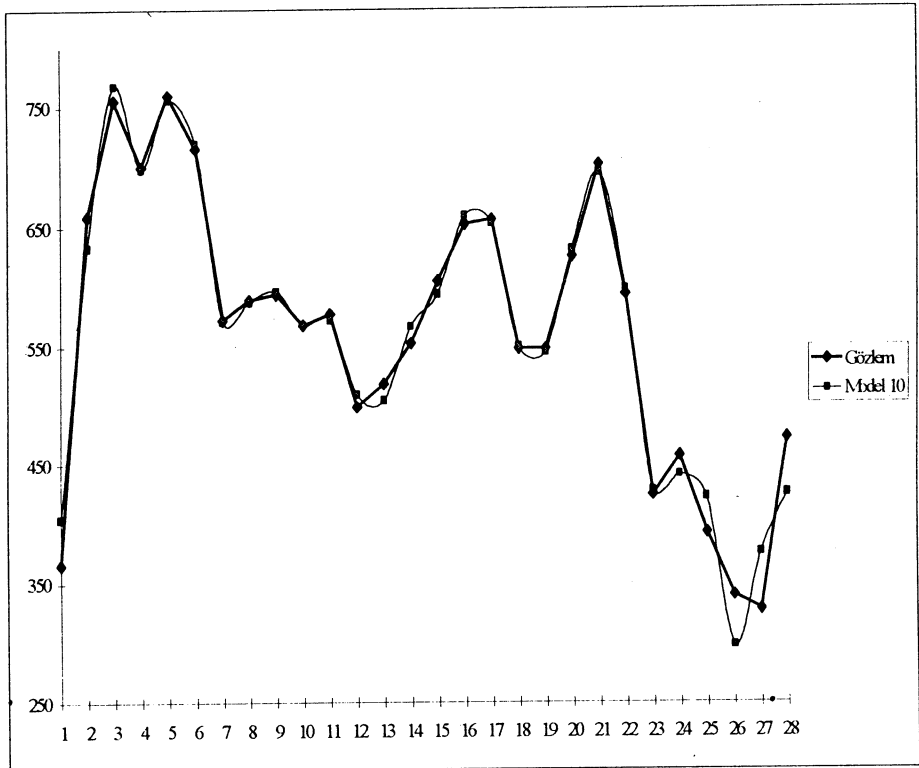
Har.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	53,05	97,55	34,19	17,72	-40,25	6,21	12,54	-20,16	-27,47	-16,71
b	-45,69	-69,42	-39,24	-13,20	1,42	-22,43	1,29	14,48	11,53	23,44

Tablo 9 : Model varyanslarının gözlem varyanslarına oranları.

Harmoni Sayısı	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$V_{Mod}/V_{Göz}$	0,18	0,69	0,79	0,81	0,86	0,88	0,89	0,91	0,94	0,97

Onuncu harmoniden modelin ifadesi

$$y_i = 563 + \sum_{j=1}^{10} [a_j \cdot [\cos(2\pi \cdot (j/28) \cdot i)] + b_j [\sin(2\pi \cdot (j/28) \cdot i)]]$$



Şekil 6. Onuncu harmoniden model ve gözlem değerleri

4. SONUÇLAR

Bu çalışma sonunda elde edilen sonuçlar şu şekilde sıralanabilir:

- ❖ Dört kesim için kurulan bütün modellerde gözlenen ortak özellik, harmoni sayısı arttıkça, model ile açıklanan kısmın artması ve her bir gözlem değerine karşı gelen hata terimlerinin küçülmesidir.
- ❖ Harmoni sayısının artması, modelin daha karmaşık bir yapıya sahip olmasını beraberinde getirmektedir.
- ❖ Modelin kaçınıcı harmonide sona ereceği, her bir harmoninin eklenmesi sonucunda modelin gözlem değerlerine ne oranda yaklaştığı ile ölçülebilir. Bu ölçümün sağlanması ise her bir harmoninin eklenmesi ile elde edilen $\frac{Var_{model}}{Var_{Gözlem}}$ oranının bir önceki $\frac{Var_{model}}{Var_{Gözlem}}$ oranı ile arasındaki fark yani varyansın marjinal artımıdır. Modelin sona ermesinin istendiği harmoni sayısı (j_{son}) aşağıdaki formülle saptanabilir.

$$j_{son} = \frac{(Var_{model})_j - (Var_{model})_{j+1}}{(Var_{Gözlem})} \quad (4)$$

Bu formülde j_{son} yeterince küçük bir değer aldığı taktirde modelde kullanılan harmoni sayısı yeterlidir denilebilir.

- ❖ Birinci ve dördüncü kesitler için kurulan modellerde, üçüncü harmoniden; ikinci ve üçüncü kesitler kurulan modellerde ise dördüncü harmoniden sonra modellerin marjinal varyans arttırmalarının pek fazla olmadığı görülmektedir. Bu durum bize, gün boyunca yarım saatlik dilimler halinde gözlenmiş veriler için, spektral analizle bir model kurulmak istendiğinde, üç ila dördüncü harmonideki modellerin yeterli olduklarını göstermektedir. Ancak çok daha hassas çalışmalarda harmoni sayısının artırılması gerekmektedir.

KAYNAKLAR

1. Şen Z. "Uygulamalı Zaman Serileri Analizi"; Ders Notları, 1995
2. Ohsaki Y., "Deprem Dalgalarının Spektral Analizi", Ekim 1991, ss 48-83
3. "Bakırköy İlçesi Ulaşım Nazım Planı, Ara Rapor" İ.T.Ü. Ulaştırma ve Ulaşım Araçları Uyg-Ar Merkezi, 1995

