

MATEMATİKSEL DÜŞÜNCENİN EVRİMİ—1

MATEMATİK KEŞİF Mİ,
YOKSA İCAT MI?

BENO KURYEL

Bugün hâkim paradigmada matematiksel düşünce, yöntemler yığına indirgenmiştir. Matematiksel düşüncenin araştırılması değil, düşüncenin pragmatik bilgiye dönüştürülmüş yöntemler içinde öğretilmesi yaygındır. Matematik, hassasiyetin doruk noktası olarak görülür. Bunu da, hesaplamalardaki simgelerle (sembollerle) ve biçimsel kanıtlarla yapar. Oysa bir simge sadece simgedir; düşünce değildir. Hâlbuki matematiğin entelektüel içeriği, simgelerin kendilerinde değil; düşüncelerinde yatar. Entelektüel içerik, matematiğin simgelerinde göze çarpan bükülmez kesinlikte değil insan düşüncesinde yer alır.



AMAÇ

Neden düşünce? Matematiksel düşünce ifadesi genel olarak kimsenin ilgisini çekmez. Düşüncenin belirli bir paradigma içinde yoğrulduğunu anlamak, o paradigmanın içinde varlığını sürdürenler için kolay değildir. Bunun için entelektüel bir çaba gereklidir. Bugün hüküm süren paradigmada matematiksel düşünce bir yöntemler yığına indirgenmiştir. Matematik öğretim süreçlerinde, okullandırılmış bilgi üretimlerinde hedef matematiksel düşüncenin değil, matematiksel yöntemin öne çıkarılmasıdır. Kuşaklar boyu, milyonlarca öğrenci bu yöntemleri öğrenmek üzere tezgâhtan geçer. Matematiksel düşüncenin araştırılması değil, düşüncenin pragmatik bilgiye dönüştürülmüş yöntemler içinde öğretilmesi belirleyici olur. Araçsal akıl ve buna dayanan yaşam tarzı, kurduğu "okul" süreçlerinde düşünceyi, yöntemin gölgesinde bırakır. Matematik tarihi, bu yöntemlerin tarihi olur: Bir çizgi üzerinde yol alan yöntemler tedricen "ilerleme" göstererek bugüne gelmiştir. Tarihi bir çizgisel ilerleme sürecine indirgeyen araçsal paradigma,

Matematiksel düşüncenin evriminde bilgi toplumsal olarak örgütlenmiştir. Konsensusa varmak için çatışmalar hiç eksik olmamıştır: İki aritmetik öğretmeni. Biri algoritma üzerinden diğeri abacus üzerinden öğretmeye çalışıyorlar. Bugün de benzer çelişkileri yaşamıyor muyuz?

matematikte yöntem ve formül kavramını öne çıkarır. Bu noktada biraz daha durmakta yarar vardır: Çizgisel tarih yaklaşımına göre, yöntemler, "yol gösterici ve çözüm getirici" formler, tarih boyunca bir ilerleme göstermiştir.

Elbette, muazzam bir gelişim söz konusudur. Bunun ilerleme olup olmadığı ayrı bir tartışma mevzuu olmasına rağmen, şimdilik gelişimi bir "ilerleme" olarak kabul edelim. Ancak bu gelişim, tarihin belirli anlarında ulaşılan başarıları birer ilerleme anı olarak değerlendirmektedir. Buluş veya keşif o an için ortaya çıkan ve tarihte birer başarılı sayfa olarak arz-ı endam eden durumlar olarak algılanmaktadır. Matematik tarihi, yalnızca matematiksel başarıların tarihi midir? Çizgisel tarih yaklaşımına göre, evet öyledir. Matematik, hassasiyetin doruk noktası olarak görülür. Bunu da, hesaplamalardaki simgelerle (sembollerle) ve biçimsel kanıtlarla yapar. Bir simge sadece simgedir; düşünce değildir. Halbuki, matematiğin entelektüel içeriği, simgelerin kendilerinde değil; düşüncelerinde yatar. Entelektüel içerik, matematiğin simgelerinde göze çarpan bükülmez kesinlikte değil, insan düşüncesinde yer alır.

Böylece, neden düşünce sorusunu biraz yanıtlamış olduk. Matematik tarihi, bir kültür olarak matematiğin hem özgül bir bilgi olarak kendisinde,






















hem de yaratıldığı insan düşüncesinin evriminde yazılır. Şimdi ikinci soruyu sorabiliriz. Neden evrim? Evrim, tarihsel bir süreçtir. Hem de çizgisel olmayan karmaşık bir süreçtir. Evrimin sözcük anlamı kabaca, açılma ve/veya ortaya çıkıştır. Bir gelişim ifade eder. Farklılaşmaya, değişime işaret eder. Bir ilerleme anlamına gelmez. Karmaşıklaşma, mutlaka bir ilerlemeye tekabül etmek zorunda değildir. Matematiksel düşünce, bilginin evrimine denk gelir. Düşünce ve bilginin evrilerek ortaya çıkışı karmaşık bir süreçtir. Bunu kültürel, toplumsal, antropolojik, biyolojik, psikolojik, bilişsel ve felsefi bileşenlerle araştırmak durumundayız. Matematik tarihine bir yaklaşım olarak, matematiksel düşüncenin evrimine odaklanmayı önermekteyim. Elbette tek bir yazı ile kapsamlı bir inceleme yapılamaz. Amaç, bu yaklaşımı sergilemek, örnek ve önerilerle desteklemektir. Açılabilir tartışma ortamında eleştirel düşünce paylaşımlarıyla bir noktaya varabilmektir. Bu öyle bir nokta ki, *matematiksel bir metaforla*, zamanın bir fonksiyonudur. Tartışmanın varacağı nokta zamanla sürekli değişen devingen bir düşünsel üretime sahne olan bir entelektüel penceredir. Yeri gelmişken, entelektüel pencere, sanıldığı gibi aksine gündelik pratiğe uzaktan, tepeden bakan bir durum değildir. Tam aksine, araçal aklın toplumsal örgütlenmesine, farklı seçeneklerle ve yaklaşımlarla müdahil olmaktadır.

Pragmatik paradigma, entelektüel yaklaşımları mahkûm etmeye ve gündelik pratikten kovmaya çalışır. Çünkü bilginin sorgulanmasını ve özündeki çok bileşenli yapının anlaşılmasını değil, bilginin yalnızca varacağı sonucun bulunmasını hedefler. Matematiksel düşüncenin tarihsel evrimini konu edinmek bilginin özgürleşmesini talep eden bir sorumluluğa da işaret eder. Elbette, bir ekip çalışmasını da gerektirmesi ayrı bir heyecan vesilesi olmaktadır.

MATEMATİKSEL DÜŞÜNCE VE YAŞAM

Elimizdeki en eski matematiksel tablolar İÖ 2400 yıllarına kadar uzanır. Dört veya beş bin yıl boyunca, matematik olarak bilinen ve engin bir hacim oluşturan pratikler ve kavramlar ortaya çıkmıştır. Bunlar, çeşitli yollarla günbegün yaşamımızla bağlantı kurmuş ve yerleşmiştir. Matematiğin doğası nedir? Anlamı ve ilgileri nedir? Yöntemleri nasıldır? Nasıl bir metodolojiye sahiptir? Nasıl yaratılmış veya meydana getirilmiştir? Nasıl kullanılır? Matematikten nasıl yararlanır? Zararı var mıdır? Ona nasıl bir önem atfetmek mümkündür?

Elimizdeki matematiksel malzemenin ve içeriğin o kadar fazla olması ve bu bilgiler arasındaki bağlantıların bu denli kapsamlı var olması, yukarıda sorulan soruların yanıtlanmasını kolaylaştırmamaktadır. Tersine, bizi

<i>Egyptian</i> 3500 B.C.						
	1	6	10	32	100	1000
<i>Sumerian</i> 3500 B.C.						
	1	6	10	23	60	36060 or 660
<i>Syriac</i>						
	1	2	3	4		
<i>Attic Greek</i>						
	1	9	21	69	169	

Ancient number scripts. Antik sayı sembolleri/ ifadeleri.

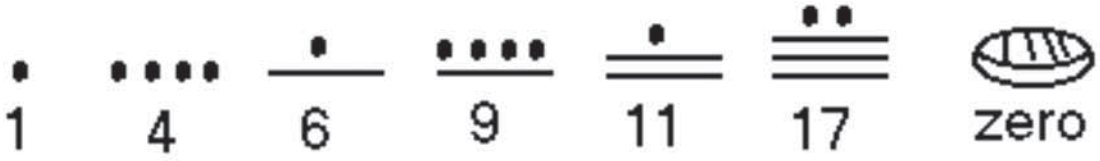
karmaşık bir tarihsel evrim yumağıyla karşı karşıya bırakmaktadır. Bu büyük matematiksel bilgi yığınının bizi yıldırması için matematiğe farklı bir açıdan yaklaşabiliriz. Matematik, binlerce yıldır insanın bir etkinliği olagelmıştır. Küçük ölçekte de olsa herkes matematikçidir ve sürekli olarak matematikle uğraşır. Alışveriş yaparken, evde bir şeyleri ölçerken, su birikintisinden atlamaya çalışırken, çokluğu tahmin ederken bir bakıma matematikle iştiğal edilmektedir. Dahası, herkes birazcık da olsa matematik felsefesiyle ilgilidir. Örne-

yanında matematik profesyoneli olan görece daha az insan da vardır. Profesyonel matematikçiler, matematiği uygulamalar, geliştirirler, öğretirler, yaratırlar ve çeşitli durumlarda kullanırlar. Şimdi, amacımız doğrultusundaki soruyu sorabiliriz:

Tüm bu eylemliliği, neden matematiksel düşüncenin evrimsel tarihinde incelemeliyiz? Çünkü matematik bir bilgidir, bir bilgi dizgesidir. Bu bilginin kavramsal yapısını incelemek, kültürlerin içinde nasıl oluştuğunu araştırmak, matematiğin doğasına

gibi çok sayıda okul ele aldı. Son üç yüzyılın belirleyici paradigması içinde bu yaklaşımlar kesin çizgilerle ayrıldılar. Teknolojinin temel stratejisi olan bu ayrımlar, gerçekten olası mıdır? İdeolojinin yeniden üretiminde bir araç olarak gerekli görülse de gerçekten bu ayrımları yapabilir miydik? Çatışan tarafları olduğu gibi, çakışan tarafları da yok muydu? Matematik bilgi neydi, nelerden oluşmaktaydı? Nereden gelmekteydi? Doğada yer alan, zaten oralarda var olan ve bizim keşfetmemizi bekleyen, zaman dışı, tarihsel süreçleri

Maya uygarlığında matematiksel simgeler.



Özellikle matematik için çok yaygın olan ve şu ifadelerde somutlaşan bakış açısına göre matematik durağan (statik) bir bilgidir: "Matematik, insan olmadan da vardır... Farklı gezegenlerde insana benzeyen yaşamlar bulunsaydı tek ortak dil matematik olurdu... Matematik her yerdedir..." Bu durumda, matematiğin tarihinden söz etmek olanaksızdır.

ğin, çoğunlukla şöyle şeyler duyarız: "Sayılar yalan söylemez!" Bunu ifade eden kişi bilerek ya da bilmeyerek hemen Platon'un ya da Lakatos'un yanına oturmaktadır, değil mi? Şöyle bir cümleye de tanık olabiliriz: "Matematik önemlidir, çünkü her şey matematiktir!" Yine Platon'a koşan biriyle karşılaşmış oluruz. Ya da, "Bence matematik bir dildir" diyen bir öğrenci farkında olmadan bilişbilimin felsefi temeline atıfta bulunmuş olmaktadır, değil mi? Sırası gelmişken, mühendislik mektebinin ilk sınıfındaki matematik dersinde öğrencilerimden (ya da öğrenme ortaklarımdan) bir konuda bir yazı yazmalarını rica ederim. Aşağıda da biraz ayrıntıyla göreceğimiz gibi soru şu: "Matematik bir keşif midir, yoksa bir icat mı?" Farkında olmasak da bildiklerimize ilişkin sistematik olmasa da, bir fikrimiz vardır. Bildiklerimizle tarihsel olarak varız çünkü. Ayrıca, matematiği ortalama düzeyde kullanan kalabalık bir nüfus

ilişkin derinlemesine bir sorgulama yapmak felsefi/tarihsel bir çabayı gerektirir. İnsan denen canlı türünün kültür tarihinin ilk adımlarından beri hep vardır matematik. Sayılarla, şekillerle, niceliklerle, niteliklerle ve bunların günün teknik düzeylerine göre uygulamalarıyla kültürün bir parçası olmuştur. Matematik bilgisine farklı yaklaşımlar oldu. Neydi bu bilgi? Bilgikuramsal bir sorunsal olan bu durum, çok çeşitli ortamlarda değerlendirilmeye çalışıldı. Bunlardan hiçbiri, o anın toplumsal oluşumların kültür sentezlerinden bağımsız olmadı. Toplumun, yaşamını sürdürdüğü yapılanmaların, başka bir deyişle ekonomik, siyasal, inançsal örgülerin, yaşama bakış tarzlarının etkisinde oldu. Saymakla bitmeyen başlıklar altında toplandı bu tartışmalar. Tüm bu olguları; biçimciler, mutlakçılar, mantıkçılar, deneyciler, nesnelciler, pozitivistler, konstruktivistler, yarı-deneyciler, bilişçiler vb.

aşkın bir şeyler miydi onlar? Yoksa kültürün bir parçası olarak insan türünün buluşlarından, icatlarından biri miydi? Özellikle sanayi devrimi ve kapitalistleşme süreciyle birlikte okullaşmanın sistematikleşmesiyle matematiğin eğitim içindeki yeri ne oldu? İdeolojinin yeniden üretiminde matematik eğitiminin tasarlanması raslantı mıydı? Matematik eğitiminin felsefi/tarihi nedir? Dersi veren kişinin inanç çizelgesi hiç mi etkilemiyordu matematiğe bakış tarzını? Bu gibi soruları, diğer ucunu göremediğimiz bir listeye eklemeye devam edebiliriz. Tüm bu renklilik ve çeşitlilik içinde matematiği ve onun yaşamla olan bağlantılarını, hem kültürel hem de bilgikuramsal düzeylerde temel birkaç başlık altında toplamak olası mıdır? Bunun yanında dil olgusu ile olan yakın ilişkilerini bilişsel düzeyde ele almamız gerekmez mi? Matematiğin hemen hemen hiç ele alınmamış estetiğini tartışsak iyi ol-

maz mı? İşte bu heyecanlı öykü, matematiksel düşüncenin evriminden ve üzerine inşa edildiği felsefesinden başka bir şey değildir kanımca. Tüm bu soru ve farklı yaklaşımlar insanın kültürel evriminde, biyolojik evriminden bağımsız olmayan bir bilgi üretim süreci yaşamış, yaşamakta ve yaşayacak olduğunu göstermektedir. Özellikle matematik için çok yaygın olan ve şu ifadelerde somutlaşan bakış açısına göre matematik durağan (statik) bir bilgidir: "Matematik, insan olmadan da vardır... Farklı gezegenlerde insana benzeyen yaşamlar bulunsaydı tek ortak dil matematik olurdu... Matematik her yerdedir..." Bu durumda, matematiğin tarihinden söz etmek olanaksızdır. Bahse konu olduğunda da, literatürde çizgisel tarih örneklerini fazlasıyla bulmak mümkündür. Elbette bilgi dolu olan bu eserler, tarih ya da kronolojik silsile içinde heyecan verici birçok olguyu içermektedir. Verilen bilgiler çok değerlidir. Ancak bu, tarih midir? Çizgisel paradigmaya göre elbette evet. Böylece, matematiksel düşüncenin evrimine dayanan araştırmalara ciddi dirençlerin oluşmasını anlamak mümkündür. Bunu, biraz incelemekte yarar var.

EVİRİM YAKLAŞIMINA NEDEN/NASIL DİRENÇ?

Yukarıda matematiksel düşünce ile yaşamın birlikteliğinden yola çıkarak, matematiksel bilgiyi insan kültürünün evrimi çerçevesinde ele alan yaklaşıma belirli bir direnç vardır. Bu direnç gerek matematiğe atfedilen geleneksel saf bilgi düzeyi anlayışından gerekse çoğunlukla insana rağmen var olduğuna inanılmasından kaynaklanmaktadır. Bu antroposantrik paradigma matematiği hem insana ait bir şey hem de insana rağmen bir şey olarak görür. Bu paradoks, insanı matematik karşısında şaşkına çevirmiştir. Aslında matematiksel düşünce sadece insana ait bir şey değildir. Farklı düzeylerde çeşitli hayvan türlerinde de var olan bir yetenektir. Bu açıdan, biyolojiye kesinlikle indirgenmeden matematiğin biyolojik köklerine kafa yoran ve buna göre araştırmalar örgütleyen çabalar yeni

değildir. Ancak, toplumsal algı oldukça farklıdır. Bütün bu araştırmalara rağmen matematik paradigması ciddi biçimde Platonizmin etkisindedir. Bu etki farkındalık içinde olabildiği gibi bir yaşam tarzı olarak da izlerini sürdürmektedir. Matematiksel düşüncenin evrimini inceleyebilmek için bu direncin çözülmesi gerekmektedir. Matematiksel düşünce evrim sürecinde canlılarda ve özellikle insanda bir gelişim gösterdiğine göre bu evrimi incelemenin yolu matematiksel bilginin hem ontolojisini hem de epistemolojisini iç içe geçmiş biçimde ele almalıyız. Bu örtüşmeye tekabül eden soru en açık şekilde şöyledir: "Matematik Keşfedilmiş midir, Yoksa İcat mı Edilmiştir?"

Hep tartışılan bu soru, basit gibi görünse de ontoloji/bilgikuramı örtüşmesinde derin bir içerik kazanmaktadır. Tartışmanın bir yanında, bilimin dünyaya ilişkin akılcı bir betimlenmesinin gerçeğe/gerçekliğe yakınsadığı savunuluyor. Bilim, giderek gerçek dünyanın kesin bir betimlemesine adım adım yaklaşıyor. Anlatımı kolaylaştırmak için bu yaklaşıma "gerçekçi" diyebiliriz. Yani, mutlak bilginin elde edilmesi olanaklı görülmektedir. Söz konusu olan mutlakçı bir yaklaşımdır. Tartışmanın diğer yanında ise, dünya ile ilgili bilginin, toplumsal oluşumun bir parçası olduğu ve tek bir gerçekliğin olamayacağı öne sürülüyor. Evrene ve dolayısıyla dünyaya ait bilgilerin yapılanması toplumsaldır ve kültür ağının gelişim süreçlerine bağlıdır. Mutlak bilgi olanaksızdır. Bu yaklaşıma "görecelikçi" diyebiliriz. Bu bağlamda, matematik açısından bakıldığında, matematiğin keşfedilen bir olgu mu olduğu, yoksa icat edilen düşünsel bir üretim mi olduğu tartışması ortaya çıkmaktadır. İlk anda "yaparıcı" ya da matematiğin sunduğu olanaklar açısından bakıldığında böyle bir tartışmanın sonucu ya da kendisi önemsiz görülebilir. Ancak, aşağıda sunmaya çalışacağım gibi bu tartışma, bilginin edinilmesi, kavramların oluşması, bilgilerle yeni bilgi ve kavramların üretilmesi, bilişsel süreçlerin değerlendirilmesi ve tüm bunların bir bileşkesi olan eğitim sürecinin toplumsal ve kültürel

işlevleri açısından belirgin bir önem taşımaktadır.

Mutlakçı yaklaşımlara göre matematik, tümdengelsel mantığın sağlam temellerine dayanan nesnel, kesin ve düzeltilemez bilgiler bütünüdür. 20. yüzyılın felsefe açımlarından Mantıkçılık, Biçimcilik ve bir ölçüde Sezgicilik ve Platonizm mutlakçı yaklaşımlardır. Mutlakçı yaklaşım matematiği; evrensel, nesnel ve kesin olarak görür. Bunlar, insanların sezgileriyle keşfettiği ve kanıtlarla saptadığı gerçekliklerdir. Burada vurgulanması gereken nokta, bu bakış açısında matematiğin, bilimin kavramsal çerçevesini sağlarken "akıl almaz etkinliğine" dikkat çekilmesidir. Yoksa günlük yaşamdan bağımsız olarak zaten bizim dışımızda oralarda bir yerde bulunan matematik, doğada yer alan desenleri nasıl bu kadar mükemmel betimleyebilirdi ki?

Matematiğe mutlakçı olarak yaklaşan felsefeler, matematiği veya matematiksel bilgiyi betimlemekle ilgilenmezler. Daha çok, matematik bilgiyi mutlak olarak garanti edecek etkin bilgikuramsal projeye ilgilidirler. Bilgikuramsal amaçlar için katı mantıksal yapılarla özdeşleşmişlerdir. Buna göre, matematiksel bilgi zaman aşırıdır, ebedidir. Yeni kuramlar ve gerçeklikler keşfedilmeye devam edilse de, bunlar tarih dışıdır ve matematik tarihi, matematik bil-

On Tabanlı Mısır Simgeleri

1 =		destek
10 =		ökçe kemiği
100 =		iplik sarmalı
1000 =		nilüfer çiçeği
10,000 =		İşaret parmağı
100,000 =		kurbağa yavrusu
1,000,000 =		Şaşkın adam

ğinin doğasında ve doğrulanmasında konu dışı kalmaktadır. Bu nedenlerle de matematik bilgisi, izole edilmiş arı bir bilgidir, evrensel geçerliliğiyle yararlıdır ve kültür dışıdır. Matematik bilginin tarihsel süreçteki gelişimi ve değişimini, üretim ilişkilerinden ve farklı kültürel ortamlardan bağımsız olarak ele alan bu yaklaşımı değerlendirmeye devam etmeden önce, buna karşıt olan görüşe de bir göz atalım.

Bu(karşıt) bakış açısı, matematiksel bilginin göreceli ve yanılabilir özelliklere sahip olduğunu savunur. Buna göre matematik, sürekli gelişmekte olan tamamlanmamış ve hiçbir zaman da tamamlanamayacak bir olgudur. Yanılabilir olduğu için, düzeltilebilir, gözden geçirilebilir ve

bağlantı kurmaktan başka bir şey değildir bu oyunlar.

Biz, matematiği yarattık. Olağan sayı dizgemiz onluktur. On parmağımız olduğu için. Eğer sekiz parmağımız olsaydı, belki de sekizli dizgeyi kullanırdık. Bilgisayarlar ikili dizgeyi kullanır. Onu da biz icat ettik. Çünkü her bir işlem için bir elektrik devresi içeren benzeşik bilgisayarlar bir bina kadar yer kaplıyordu. İkili sayı dizgesini ve onun üzerine dayanan mantığı icat ederek bir bina kadar olan benzeşik bilgisayarı, neredeyse bir kibrit kutusuna sığacak sayısal bilgisayara dönüştürdük. Matematiği "icat ederek", evrende "keşfetmeyi" sürdürdüğümüz gerçekliklerin üstesinden gelmeyi başarmaya çalıştık ve bu süreç devam ediyor. Biz işi-

ki karşılıkları olan fiziksel nesnelere hem geçicidir hem de zamana ve uzama bağımlıdır. Biçimler dünyası aynı zamanda elle tutulamaz, değişmez niteliklerdedir ve hakiki gerçekliği tanımlar. Buna karşılık fiziksel nesnelere dünyası hem duyumsanabilir hem de değişebilir ve biçimler dünyasından bağımsızdır. Fiziksel nesnelere mükemmel olan biçimlerin, mükemmel olmayan kopyalarıdır. "Biçimler Kuramı"nın bilgikuramsal bileşeni, hakiki bilginin biçimlerin genel ilkeleri ve evrensel özelliklerine dayandığına işaret eder. Biçimlerin bilgisi yalnızca akıl yoluyla elde edilebilir.

İlk Platoncu iddia, matematiğin ontolojik sorunsalıyla ilgilidir. Burada, matematiksel nesnelere gerçek olduğu ve fiziksel nesnelere dünyasından bağımsız var olduğu öne sürülür. Bu iddia, bilgikuramsal bir soruna işaret ederek matematikçilerin şeyleri "keşfettiklerini" belirtir. Matematiksel nesnelere, bizden bağımsız olarak zaman ve uzam sınırlarının ötesinde, soyutlama sürecine gerek duymadan soyut biçimde bulunur. Bir başka temel Platoncu iddia, yukarıda açıklananlara koşut olarak matematiğin apriori olduğu, deneysel olmadığıdır. Apriori, duyumlardan bağımsız olmak demektir. Buna göre, matematiksel hakikatler ve matematiksel nesnelere "zihnin gözü" aracılığıyla sezilir, görülemez ancak kavranır. Deneysel bilgi ise aksine, duyumlar aracılığıyla elde edilir.

Bu direncin, kültürel yansımalarını bugün gerek gündelik yaşamda, gerek okul düzeylerinde, gerekse literatürde ve matematik tarihi yaklaşımlarında açıkça görebiliriz. Bu Platonik ideolojiyi, "matematik romantizmi" metaforuyla aşağıdaki gibi özetleyebiliriz:

"Matematik, evrenin nesnel bir görüntüsüdür; matematiksel nesnelere gerçektir; matematiksel gerçeklik evrenseldir, mutlak ve kesindir. Böylece, insanların matematikle ilgili neye inandıklarının matematiğin gerçektir ne olduğuna bir etkisi yoktur. Eğer insan türü ya da hiçbir canlı türü

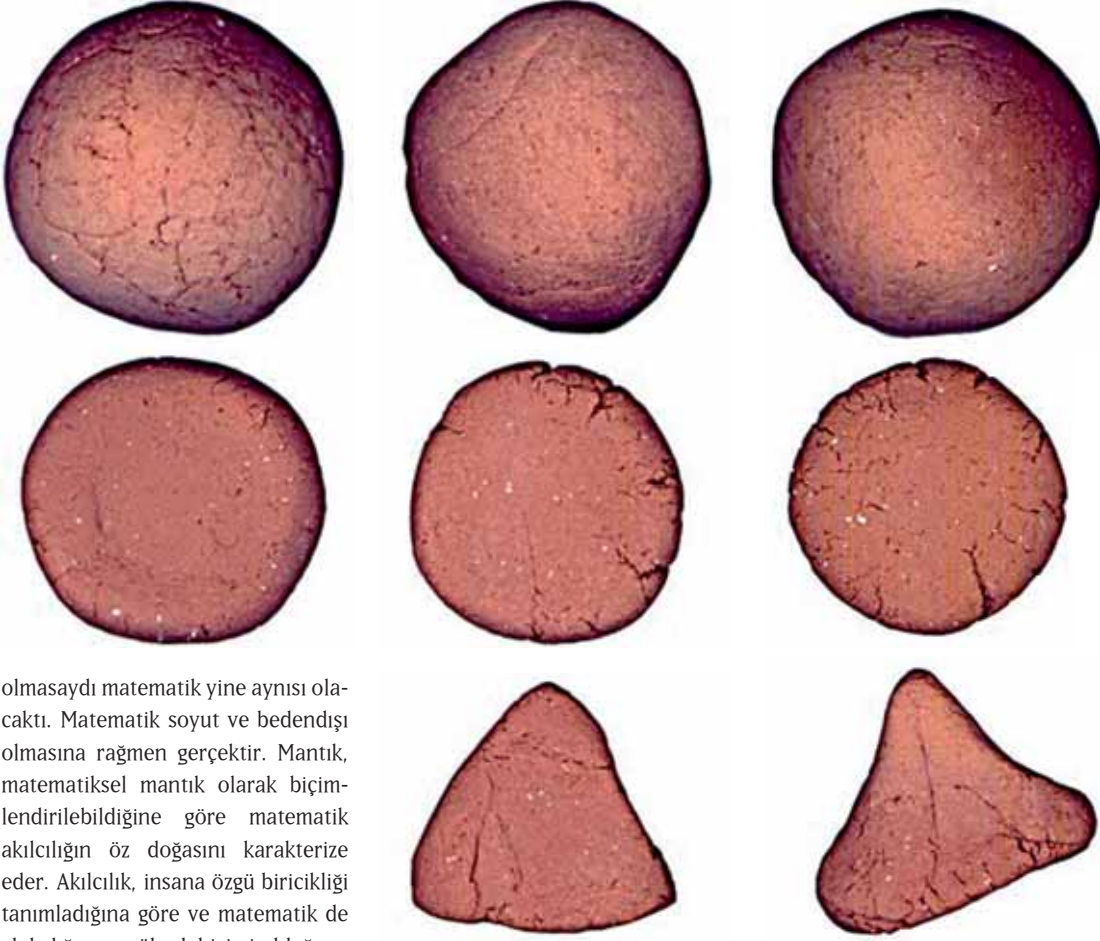
Matematiksel düşünce evrim sürecinde canlılarda ve özellikle insanda bir gelişim gösterdiğine göre bu evrimi incelemenin yolu matematiksel bilginin hem ontolojisini hem de epistemolojisini iç içe geçmiş biçimde ele almaktır. Bu örtüşmeye tekabül eden soru en açık şekilde şöyledir: "Matematik Keşfedilmiş midir, Yoksa İcat mı Edilmiştir?"

değişebilir niteliktedir. Matematiksel bilgi, keşfedilen bir varlık olmaktan başka buluşun, icat edilmenin ürünüdür. Düşünsel evrimin bir ürünüdür. Tarihsel değeri vardır. Toplumsal konsensus içinde yapılmıştır. Matematikteki yanılabilirlik, evrene ilişkin bilgi arayış süreçlerinin içinde olduğundandır. Wittgenstein matematiği, birbirleriyle çakışan ve birbirine kenetlenen dilsel oyunlardan oluşmuş bir renk cümbüşüne benzetir. Bu oyunlar anlamsız değildir, tersine kurallara bağlı matematik deneyime dayanan, matematik simgeselliğe ve düşüncelere anlam kazandıran oyunlardır. Örneğin değişim hızı olarak ele aldığımız türevde, limit kavramıyla bağlantı kurduğumuzda bir süreklilik olgusunu yaşam deneyimlerimizle değerlendirebiliriz. Gündelik yaşam gözlemlerimizi ve fiziksel olandan algıladıklarımızı dile getirirken matematiksel bilgiyle

ğın hızını icat etmedik, ancak onu Einstein'ın $E=mc^2$ (enerji-kütle \times ışık hızının karesi) gibi denklemlerle tartışmak, incelenmek için matematiği icat ettik. Başka bir deyişle doğayı, "matematik modelledik".

Yukarıda evrimsel yaklaşımlara direncin temel ayrımlarını belirtmeye çalıştık. Bu direncin bugün de sağlam olarak sürmesini sağlayan temel ideolojik duvar Platonizmdir. Biraz bu direncin içeriği üzerinde duralım: Geleneksel olarak bir Platoncu, Platon'un "Biçimler Kuramı" ile ilişkilidir. Bu kuram, evreni çıkarsamak için metafizik ve bilgikuramsal bir yaklaşımı kabul eder. "Biçimler Kuramı"nın metafizik bileşeni, gerçekliği iki düzeyde ele alır; "biçimler dünyası" ve "fiziksel nesnelere dünyası". Biçimler dünyası ebedi olarak betimlenir; zaman ve uzam dışıdır. Buna karşılık, biçimlerin dünyada-

Neolitik çağda sayma fişleri, Yakınoğu, İÖ 8000-3500.



olmasaydı matematik yine aynıysa olacaktır. Matematik soyut ve bedensiz olmasına rağmen gerçektir. Mantık, matematiksel mantık olarak biçimlendirilebildiğine göre matematik akılcılığın öz doğasını karakterize eder. Akılcılık, insana özgü biricikliği tanımladığına göre ve matematik de akılcılığın en yüksek biçimi olduğuna göre, matematiksel yetenek, insanın doruk yeteneğidir. Fiziğin matematiği, fiziksel olguların kendilerinde bulunur. Gezegenlerin eliptik yörüngelerinde elipsler vardır, yaprak ve dalların şekillerindeki fraktal yapılar da fraktaller vardır, salyangozların logaritmik spirallerinde logaritma vardır. Bunun anlamı, 'doğanın kitabı matematikçe yazılmıştır' demektir. Bu da şuna işaret eder: matematiğin dili, doğanın dilidir ve yalnızca matematik bilenler doğayı gerçekten anlayabilirler. Matematik, bilimlerin kralı/kraliçesidir."

İNSAN/MATEMATİK EVRİMİNDEN ÖRNEKLEMELER

Matematiksel bilginin tarihsel evrimine ilişkin araştırmalara direnç gösteren ideolojik/kültürel/felsefi bağlamı kısaca betimledikten sonra bu yazıda önerdiğim ve savunduğum noktaya gelmiş oluyoruz. Bu, matematiksel düşüncenin evrimi çerçevesinde bir matematik tarihi yaklaşımıdır. Bir sonraki yazıda ayrıntılarına gireceğim bu konuyu öncelikle bazı

örneklerle resimlemenin uygun olduğu kanısındaayım:

İnsanın evrimi, araç gelişimiyle ortak bir varoluşa sahiptir. Çevreye uyum sağlamak ve onu kendisine göre tasarlayıp dönüştürmek için insan, araçlara ihtiyaç duymuştur. Bu araçlar, insanın kendi eliyle yaptığı yapay ürünlerdir. Giderek karmaşıklaşan bu alet yapma becerisinin temelinde insanın ve eserinin birlikte evrilmiş olması vardır. 1,5 milyon yıl önce Homo Erectus ilk taş aleti yaparken matematiksel düşüncesini tasarıma dönüştürmüştü. Bu tasarımın şablonu zihinlerde vardır. Taştan üretilmeden önce zihinde soyut nesnelere olarak oluşan bu tasarım çabasıdır. Bu adım, insanın kedisini, çevreyi ve uzamı değerlendirmesidir. Bu çaba, çokluğu, çokluğun dağılımını ve ölçüleri sezgisel olarak algılayıp soyut genellemeler yaptıktan sonra, üretime gidecek tasarımda somutlaşmasıdır.

Somut nesnelere birleşimleri arasında bire bir eşleşmeyi halletmek için

İÖ 40.000-10.000 arasında kemiklere çentikler atarak sayım işlemini gerçekleştiren avcı-toplayıcıların olduğuna ilişkin kanıtlara raslanmıştır. 1937 yılında, Moravia'da İÖ 30.000 civarında olduğu sanılan ve çentiklenmiş bir kurt kemiği bulunmuştur. Bire bir eşleşmeyi içeren bu sayma tekniği insan bilisinin (*cognition*) derin köklerini yansıtmaktadır.

Taş parçaları ya da kemik çentikleri, insan türünün sayma tekniği olarak tasarladığı en eski modeldir. Model, doğayı anlamak ve verilen anlamı uygulamak için insanın soyutlama ve genelleme yeteneklerini sergileyen bir tasarımdır ve matematiksel düşüncenin somut bir örneğidir. Avlanan nesnelere (parçaların) meydana getirdiği kümenin büyüklüğünü bulmak ya da benzer bir edimle zamanı hesaplamak için *amaçlı* bir eyleme kalkışan insan, matematiksel düşüncenin tarihindeki evrim basamaklarını göstermektedir. İÖ 10.000-8.000 arasında Mezopotamya'da kil parçacıkları (çakıl taşları) *sayma kümeleri* olarak kullanılmıştır. Bu

sayma tekniğinin kısıtlarını aşmak için gösterilen çabalar yeni ve alması tekniklerin geliştirilmesine yol açmıştır. Sayma tekniklerinin evriminde ortaya çıkan bir düşünce bizi, *sayma modelinde* kil parçalarının büyüklüğünü ve biçimini değiştirmeye yöneltmiştir. Farklı büyüklük ve biçimlerde olan kil parçalarının işaret ettiği sayısal değerler bir gelenek yaratmıştı. İÖ 8.000 dolaylarında, avcılık ve toplayıcılığın yerini ziraat almaya başlayınca besinlerin depolanması ve dağıtımı daha karmaşık hale gelmişti. Kil parçalarındaki çeşitlilik artarak yeni durumla mücadele edilmeye çalışılmıştı. Kil parçalarının farklı büyüklük ve biçimde olması matematik öncesi sembeleri temsil etmektedir. Matematikte sistematik simge (sembol) kullanımı çok sonraları olmasına rağmen insan evriminde matematiksel sembol soyutlaması oldukça eskilere dayanmaktadır.

İÖ 4.000 civarında, kentleşmenin, toplu olarak yaşamanın, pekişmeye başladığı bir dönemdi. Böylece, daha karmaşık simge sistemlerine (dizgilerine) ihtiyaç duyulmuştu. Karmaşık aritmetiksel gösterenlerin ortaya çıkışı neredeyse mühürlü "zarfların" ya da "belgelerin" ortaya çıkışı ile belirlenmiştir. Bu kil zarfların, İÖ 3.500-3.200 dolaylarında belirdiği sanılmaktadır. Ticari ve astronomik verilerin kaydedilmesi ihtiyaçlarının tetiklediği evrimsel adım, simge sistemlerinin icadıdır. Mühürlenmek üzere tasarlanan bu zarf ya da taşıyıcının içine, malların farklı nicelikleri ve çeşitlerini temsil etmek üzere farklı biçim, büyüklük ve sayıda sayaçlar (kil parçaları) konurdu. Bu zarfta (*bullā*) içerilen bilginin güvenliğini sağlamak için, zarfın dış yüzeyine sayaçlara ait biçimlerin baskısı yapılırdı. Üreticiler, yolladıkları ticari mallarla birlikte bunları betimleyen zarfı da gönderirlerdi. Nakliye alan tüccar, artık "*kargonun*" doğruluğunu irdeleyebilir.

Burada dikkat edilirse ilginç bir durum var: "Zarftaki sayaç *bağlamsal bir sayıyı* temsil etmektedir." Örneğin, bir sürüdeki koyun sayısını temsil

eder, soyut bir sayıyı değil. Diyelim ki, sürüde otuz koyun var. Bağlamsal bir otuzdur bu, soyut bir otuz sayısı değildir. Matematiksel düşüncenin evriminde somut durumların soyutlama süreçleri de evrim geçirmiştir. Soyutlama düzeyi arttıkça, matematiksel bilginin karmaşıklığı ve dolayısıyla temsil, betimleme, açıklama ve de anlam kazandırma yetenekleri de gelişmiştir.

Yine ilginç bir evrimsel adımla karşı karşıyayız. Zarfın dış yüzeyine içinde taşıdığı sayacın baskısı yapılmıştır. Yüzeydeki işaret, zarfın içindeki sayacı *işaret eder, onu gösterir*. Böylece, zarfın dış yüzeyi üzerindeki işaretle, damga ile, zarfın içindeki sayaç bir *indeks ilişkisi* içindedir. Yüzeydeki işaret ya da indeks, gösterendir, sayaç ise bu gösterenin gösterilenidir. Matematik soyutlamanın ve genellemenin evriminde semiotik ilişkilere raslamak hiç de şaşırtıcı değildir. Zarfın içindeki sayacın *genelnesel* anlamı, malların niceliğiyle ilişkilidir. Zamanla, zarfın içindeki sayaçlara artık ihtiyaç kalmamıştı. Sayaçların dış yüzeye yapılan baskıları yeterliydi. Bu karar, dıştaki ibarelerin (baskının) semiotik konumunu değiştirmişti. Daha sonra, kil üzerine sayaçları baskılamak yerine dış yüzeye sayaçların biçimlerinin çizilmesine karar verilmişti. Bunun için keskin sivri uçlu yazma aletleri geliştirilmişti. Matematikteki meşhur, "kalem ve kâğıt" birlikteliğinin, elbette estetiğinin de ilk basamaklarıydı bunlar. O andan başlayarak, sayısal niceliklerin simgesel ifadeleri, toplumun yeni bir bilgikuramsal aşamaya gelmekte olduğunu göstermekteydi. Matematik giderek toplumsal kabul edilen ve zamanla okullaşarak sistematik bir evrimsel süreç girmekteydi. Simgesel teknolojiyle matematiksel düşüncenin birlikte evrimini gösteren bu kısa örnekler, dikkatle incelenmedikçe gözle görülmeyen toplumsal ve kültürel boyutları vardır: Matematiksel sembeler (semboller), kendi matematiksel imgelemleriyle birlikte evrilerek ve kendi semiotik somutlaşmalarıyla bu matematiksel varlık ve/veya soyutla-

maların toplumlar arasında paylaşılmalarını mümkün kılmıştır.

Bir sonraki makalede, matematiksel düşüncenin evrimini irdelerken bu düşüncenin biyolojik süreçlerine de yer verilecektir. Diğer canlı türlerinden insana varan ve süregidecek evrimin kapsamında matematiksel bilginin düşünsel bileşenleri incelenecektir. Yaşamı sürdürmenin, var kalabilmenin temelinde oluşan toplumsal/kültürel ortamların bu bileşenler çerçevesinde kazandığı anlamlar ve gelişen felsefi değerlendirmeler araştırılacaktır. Böylece, tarihte matematiği araştırırken, matematiğin düşünsel evriminde tarihi yakalamaya çalışacağız. Toplumsallık bir örgütlenme, bir organizasyon olduğuna göre matematiksel bilgiyi de örgütlü olarak yaşamaktayız. Bu örgütlülük bir toplumsal konsensus çerçevesinde gerçekleşir. Böylece matematiksel bilginin üretim ve öğretim paradigması kurulmuş olur. Matematik öğretimi böylece, matematik tarihinin belirgin bir bileşenidir. Toplumsal işbölümünün, üretim ve tüketimin ve bunları yeniden üretip sürdürecektir insanların yetişmesi kaçınılmaz bir ihtiyaçtır. Bunun için "okul" önem kazanır. Bugün matematik öğreniminin temel parçası olan *matematik kaygısı* tüm dünyada oldukça yaygındır örneğin. Bunu, kaygıyı yaşayan insanın psikik durumuna indirgemek mümkün mü? Peki, indirgeniyor mu? Tabii ki, evet. Hem de nasıl... O halde, psikik duruma indirgememek nasıl izah edilebilir? Bunun yanıtı, matematik tarihine bakış açımızla çok yakından ilişkilidir. Kaygı gibi birçok boyutu çözümlmek için tarihe yeni epistemik dönüşümlerle yaklaşmak, hedefimiz olacaktır.

KAYNAKLAR

- Davis, J. P., ve Hersh, R., *The Mathematical Experience*, Mariner Books, 1998.
- De Cruz, H., "Towards a Darwinian Approach to Mathematics," *Foundations of Science* (2006) 11: 157-196, 2006.
- Boyer, C. B., *A History of Mathematics*, 2. Edition, Wiley, 1991.
- Burton, D. M., *The History of Mathematics - An Introduction*, 5. Edition, McGraw Hill, 2003.
- Flegg, G., *Numbers: Their History and Meaning*, Penguin, 1983.
- Lakoff, G., ve Nunez, R., E., *Where Mathematics Comes From*, Basic Books, 2000.